

## LEZIONE 1

L' Approccio per lo studio della termodinamica può essere fatto utilizzando la MASSA DI CONTROLLO o il VOLUME DI CONTROLLO.

E' bene definire il sistema termodinamico dal quale ne scaturisce la definizione di ambiente. L' ambiente è tutto ciò che non è sistema termodinamico. Il sistema termodinamico unito all' ambiente costituiscono un SISTEMA ISOLATO.

## LEZIONE 2

In termodinamica avremo a che fare con proprietà che possono essere sia INTENSIVE che ESTENSIVE.

**Le proprietà INTENSIVE non dipendono dall' estensione** del sistema, ovvero sono l' entropia specifica, il volume specifico, la densità, tutte quelle proprietà che non sono espresse in funzione di massa o volume. SONO TUTTE LE GRANDEZZE SPECIFICHE.

**Le proprietà ESTENSIVE dipendono dall' estensione** del sistema, esse possono essere la massa, il volume, etc... Tutte le proprietà INTENSIVE moltiplicate per massa o Volume, diventano **ESTENSIVE**.

Infine possiamo dividere le proprietà in INTERNE ED ESTERNE. LA velocità sarà esterna. La densità sarà interna.

Introduciamo ora la **TERMODINAMICA DEGLI STATI**, che si occupa di estrapolare una serie di equazioni utili a definire le proprietà di una sostanza pura nota lo stato termodinamico.

Siano **N** le proprietà necessarie a descrivere il sistema. Lo stato è fissato se sono noti i valori di un numero **M** di esse con **M < N**

Le restanti proprietà **N-M** possono essere calcolate con l' ausilio delle **equazioni di stato**.

**Un sistema semplice è tale che il suo stato intensivo è determinato da sole DUE proprietà intensive.** Le restanti sono correlate a queste DUE mediante **EQUAZIONI DI STATO** del tipo:  **$P = f(v, t)$** .

In un sistema semplice e comprimibile sono assenti gli effetti elettrici, magnetici, gravitazionali etc....

Un sistema è detto comprimibile perché gli effetti che noi studieremo non sono connessi agli effetti gravitazionali, elettrici etc... **E' SOGGETTO SOLO A PRESSIONE-TEMPERATURA-E ALTRE CAUSE TERMODINAMICHE.**

Se infatti il sistema dovesse comprendere le cause degli effetti elettrici, gravitazionali etc... allora occorrerebbero più proprietà da definire per determinare lo stato termodinamico.

Le sostanze pure possono esistere in differenti fasi. SOLIDA, LIQUIDA E GASSOSA. L' acqua è una sostanza pura nella fase solida nel caso si presenti come ghiaccio e nella fase gassosa se si trova come liquido.

Vapore e ghiaccio è una sostanza pura bifasica che è presente contemporaneamente nella fase solida e gassosa.

**IMPORTANTE: Nel passare da una fase all' altra le proprietà INTENSIVE variano con DISCONTINUITA', perché varia la struttura molecolare.**

**Inoltre v e T sono sempre indipendenti tra loro, mentre ciò non avviene per P.**

## Descrizione del passaggio dallo stato solido allo stato gassoso a pressione costante:

Riscaldando a pressione costante una sostanza pura contenuta in un sistema pistone-cilindro, questa inizia a riscaldarsi fino ad un punto ove la sua temperatura smette di aumentare. Inizia il processo di assorbimento di calore detto calore latente di liquefazione necessario alla rottura del reticolo solido e alla liquefazione del solido. Questo processo avviene a **PRESSIONE E TEMPERATURA COSTANTE**. Aumenta soltanto il volume specifico.

L'andamento rimane lo stesso per il passaggio da liquido a solido. Il liquido inizia ad assorbire calore, aumentando di temperatura fino al punto ove non aumenterà più la sua temperatura ed inizierà ad assorbire calore latente di evaporazione. Una volta che questo calore sarà sufficiente inizierà l'evaporazione mediante la rottura del reticolo del liquido.

Il processo inverso da gas a solido prevede la cessione del calore latente anziché l'acquisizione. Durante queste fasi di cessione/acquisizione **LA TEMPERATURA E LA PRESSIONE RIMANE COSTANTE**. Siamo in zone bifasiche **SOLIDO/LIQUIDO** o **LIQUIDO/GAS**

**IMPORTANTE: DURANTE GLI STADI BIFASICI AUMENTA SOLO IL VOLUME SPECIFICO. TEMPERATURA E PRESSIONE RIMANGONO COSTANTI.**

## REGOLA DI GIBBS:

La regola di GIBBS si esprime come :  $V = 3 - F$

Ove con  $V$  si intende la Varianza del sistema termodinamico ovvero il numero di proprietà che possiamo variare affinché il sistema rimanga nella fase iniziale.

Con  $F$  si intende il numero di fase del sistema termodinamico.

Analizziamo i tre possibili casi:

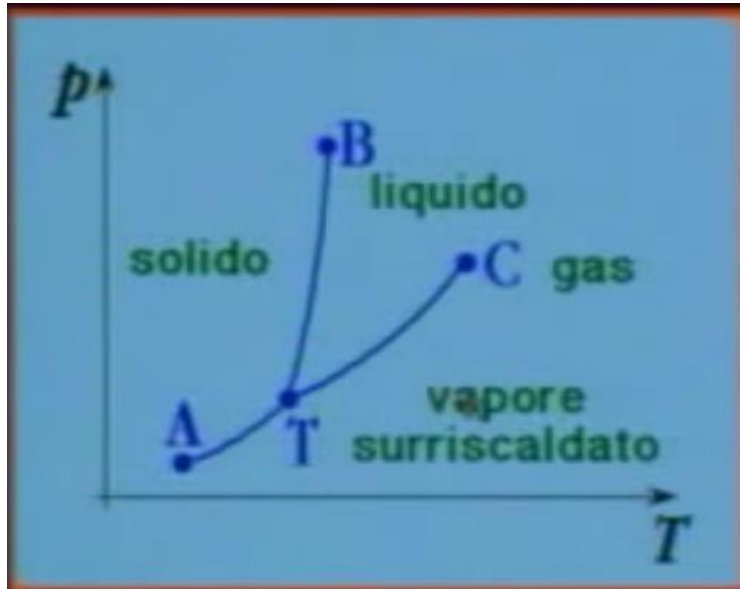
**$F=1$** , siamo in un sistema monofasico.  **$V=2$ , ovvero **PRESSIONE e TEMPERATURA sono indipendenti****. Li possiamo variare a nostro piacimento ed il sistema sarà sempre monofasico

**$F=2$**  siamo in un sistema bifasico.  **$V=1$ , ovvero **PRESSIONE e TEMPERATURA sono dipendenti tra loro****. **NOTA** LA PRESSIONE CONOSCIAMO ANCHE LA TEMPERATURA.

**$F=3$**  siamo in un sistema trifasico.  **$V=0$ . Ovvero **PRESSIONE E TEMPERATURA sono fissati**** e non possono variare altrimenti non saremmo più in un sistema trifasico.

## PIANO P-T

La proiezione della superficie caratteristica sul piano P-T ci dà un piano termodinamico bidimensionale, ove possiamo identificare il PUNTO TRIPLO ed il PUNTO CRITICO. E due linee di passaggio di fase (una dallo stato solido a liquido, ed una dallo stato liquido a gassoso.)



La linea TC è detta **linea di evaporazione** e rappresenta la zona dello stadio bifasico **LIQUIDO-GAS**.

La linea BT è detta **linea di liquefazione** e rappresenta la zona dello stadio bifasico **SOLIDO-LIQUIDO**.

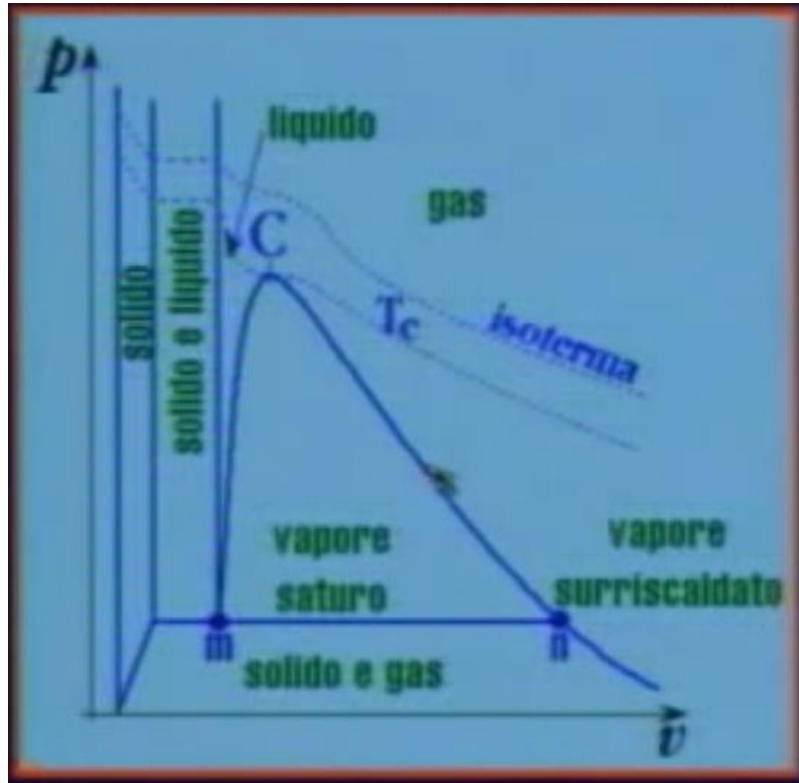
Il punto T è il punto triplo ove coesistono la fase solida, liquida e gassosa ad una determinata **TEMPERATURA E PRESSIONE**.

Il punto C è detto **PUNTO CRITICO** e ad esso corrisponde la **TEMPERATURA E LA PRESSIONE CRITICA**.

Una sostanza con temperatura maggiore di quella critica è detta GAS. Una sostanza allo stato gassoso ma con temperatura inferiore a quella critica è detta VAPORE SURRISCALDATO.

Le proprietà per l'acqua nello stato bifasico liquido-gas, sono tabellate. L'acqua in questo stadio viene detta VAPORE SATURO.

## PIANO P-v



Descriviamo ora il diagramma P-v (v è volume specifico).

Il Diagramma in immagine comprende anche gli stadi solidi e lo stadio bifasico solido-liquido anche se di norma questi non sono d'interesse in termodinamica.

La curva mC è la curva detta **CURVA LIMITE INFERIORE** ove la sostanza è nello stato di **LIQUIDO SATURO**

La curva nC è la curva detta **CURVA LIMITE SUPERIORE** ove la sostanza è nello stato di **VAPORE SATURO SECCO**.

Riscaldando isobaricamente si passa dallo stato solido, allo stato gassoso passando per le zone bifasiche.

In questo piano si individua la curva a campana (**NON SIMMETRICA**) che rappresenta la zona bifasica liquido/gas.

Sotto la curva a campana a seconda del punto scelto avremo un **TITOLO** **differente**.

Il titolo serve per indicare in un punto la quantità di liquido e la quantità di vapore surriscaldato presente.

IL TITOLO si indica con  $X = \frac{m_{vs}}{m}$  ed abbiamo che  $\frac{m_L}{m} = 1 - x$

Ora se ragioniamo per il volume totale possiamo scrivere che:

$$V = V_L + V_{vs} = (m_L \cdot v_L) + (m_{vs} \cdot v_{vs})$$

Ora se dividiamo per la massa totale ciò che abbiamo a sinistra e a destra dell'equazione avremo che:

$$\frac{V}{m} = \frac{m_L}{m} v_L + \frac{m_{vs}}{m} v_{vs} \rightarrow \underline{v = (1-x) v_L + x v_{vs} = v_L + x (v_{vs} - v_L)}$$

Analogamente si possono calcolare le altre proprietà nello stadio bifasico. Tra cui possiamo calcolare H, S, ed U

$$h = (1-x) H_L + x H_{vs} \rightarrow H_L + x (H_{vs} - H_L)$$

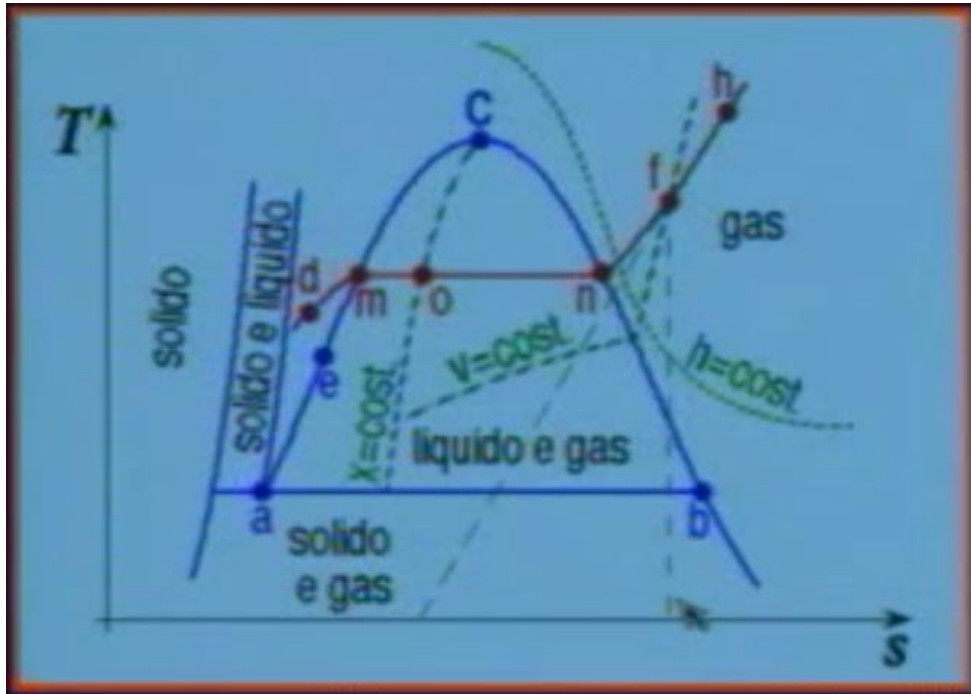
$$s = (1-x) S_L + x S_{vs} \rightarrow S_L + x (S_{vs} - S_L)$$

$$u = (1-x) U_L + x U_{vs} \rightarrow U_L + x (U_{vs} - U_L)$$

$$\underline{v = (1-x) V_L + x V_{vs} \rightarrow V_L + x (V_{vs} - V_L)}$$

Risalendo la curva a campana si giunge all' apice della campana ove troviamo il punto C, che rappresenta il PUNTO CRITICO. In questo punto coesistono le fasi liquide e gassose ed il volume specifico delle due fasi coinciderà.

## PIANO T-s(Entropia specifica)



Il piano termodinamico in questione è il piano Temperatura-Entropia specifica. E' un diagramma che ha forma a campana SIMMETRICA.

Sotto la zona della curva a campana vi è lo stadio bifasico liquido-gas. In questa zona LE ISOTERME SI CONFONDONO CON LE ISOBARE SONO ENTRAMBE PARALLELE ALL' ASSE s.

Nella zona dei Gas, Le isobare hanno l' andamento rappresentato in figura (tratto dmonfh).

Abbiamo poi le isocore che hanno andamento simile alle isobare, ma con pendenza maggiore.

### ANALIZIAMO LE PENDENZE DELLE ISOBARE E DELLE ISOCORE.

La pendenza di una curva è data dal coefficiente angolare che è pari alla variazione di ciò che vi è sull' asse y fratto ciò che sta sull' asse x.

Ovvero avremo genericamente  $m = \frac{\partial y}{\partial x}$

Ora iniziamo col valutare la pendenza delle isobare:

$$m_{\text{isobare}} = \left. \frac{\partial T}{\partial s} \right|_p = \frac{T}{C_p}$$

$$m_{\text{isocora}} = \left. \frac{\partial T}{\partial s} \right|_v = \frac{T}{C_v}$$

Da cui si vede immediatamente che essendo  $C_p > C_v$  il denominatore dell' isobara è maggiore del denominatore dell' isocora. Pertanto il coefficiente angolare dell' isobara risulterà inferiore di quello dell' isocora.

**QUINDI LE ISOCORE RISULTERANNO MAGGIORMENTE INCLINATE VERSO L' ALTO DELLE ISOBARE.**

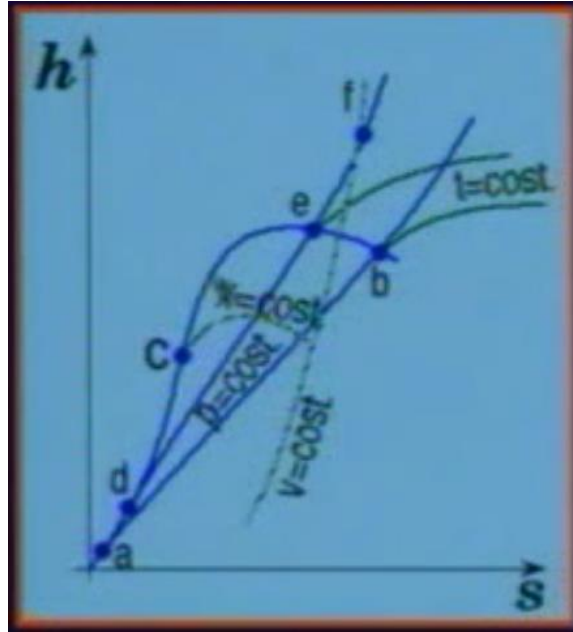
Un altro aspetto importantissimo del piano termodinamico T-s è che su questo piano le isobare nella zona dei liquidi si addensano andandosi a sovrapporsi l'una all'altra. Tra l'altro la zona dei liquidi è molto piccola.

Pertanto per il calcolo delle proprietà, come l'entropia, si potrà ritenere che due punti a pressioni differenti, quindi giacenti su due isobare diverse, MA ALLA STESSA TEMPERATURA, avranno stessa entropia. Si vedrà poi in seguito che nei liquidi l'entropia è funzione della sola temperatura. Comunque sia, in questo grafico due punti (UNO NELLA ZONA DEI LIQUIDI, ED UN ALTRO SULLA CURVA LIMITE INFERIORE) distinti a pressioni differenti ma ALLA STESSA TEMPERATURA avranno stessa entropia. Quindi possiamo conoscere l'entropia del punto nello stadio liquido che è uguale a quella del punto sulla curva limite inferiore, semplicemente leggendola dalle tabelle alla TEMPERATURA NOTA. QUESTO CONCETTO È MOLTO IMPORTANTE PER FARE GLI ESERCIZI.

**Infine** non meno importante è l'analisi dell'andamento delle isoentalpiche. Come si vede queste nella regione dei vapori surriscaldati diventano parallele all'asse s.

Questo accade perché nei vapori surriscaldati  $h = h(T)$ , ovvero l'entalpia è solo funzione della Temperatura, quindi a temperatura costante h sarà costante. In altre parole h assumerà stesso andamento delle isoterme che sono parallele all'asse s. L'isoterma indica la temperatura costante, e siccome nella zona dei gas h è funzione della temperatura, se la temperatura non varia, nemmeno h varia. Quindi anche la curva h avrà andamento parallelo all'asse s.

## PIANO h-s(entalpia-entropia specifica)



Il piano entalpia-entropia specifica presenta il **PUNTO CRITICO**, spostato a sinistra della curva, che questa volta non è una campana chiusa.

In questo piano, sotto la curva ab, le isobare si confondono con le isoterme. Nella regione dei vapori surriscaldati, le isobare proseguono verso l'alto (tratto ef), mentre le isoterme tendono a divenire parallele all'asse s, per gli stessi motivi di quanto visto nel piano T-s

Le isocore anche in questo caso come nel piano T-s sono per andamento simili alle isobare, si veda la figura. Ed ancora una volta abbiamo modo di verificare che la loro pendenza risulta maggiore di quella delle isobare.

Per quanto concerne la pendenza delle isobare, possiamo seguire il medesimo ragionamento che abbiamo fatto per il piano T-s.

Infatti la pendenza delle isobare in questo caso è:

$m_{\text{isobare}} = \frac{\partial h}{\partial s}$  e dalla seconda legge di Gibbs sappiamo che:  $ds = \frac{dh}{T} - Vdp \rightarrow$  Essendo nullo il termine dp in quanto stiamo analizzando delle isobare, la seconda equazione di Gibbs diventa:  $\frac{dh}{ds} = T$

Pertanto possiamo concludere dicendo che :

$$m_{\text{isobare}} = \frac{\partial h}{\partial s} \Big|_p = T$$

Pertanto in questo modo abbiamo dimostrato che le isobare hanno andamento lineare **E LA LORO PENDENZA CRESCE AL CRESCERE DELLA TEMPERATURA.**

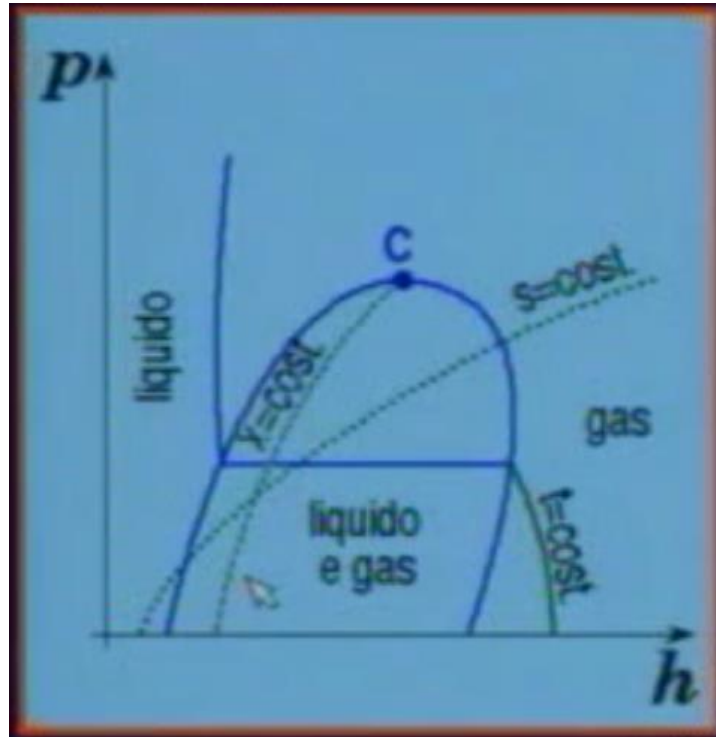
Anche in questo diagramma le isobare si addensano sulla curva limite inferiore.

Infine possiamo dire che essendo nella zona dei gas  $dh = C_p DT$  ricaviamo immediatamente che  $h = C_p T$ .

Quindi al crescere di h sull'asse delle y, corrisponderà un aumento di T delle isoterme parallele all'asse s.



### Piano P-h(entalpia specifica)



Il piano P-h è molto usato per il calcolo delle proprietà dei liquidi refrigeranti R134a ed R717 utilizzati nei cicli inversi.

Questo diagramma presenta la curva a campana un po' inclinata verso destra.

E' immediato verificare che questa volta, analogamente a quanto visto sopra, tendono a divenire verticali nella zona dei liquidi e dei vapori surriscaldati. Il motivo è analogo a quanto visto sopra, si dimostra che nei gas e nei liquidi vi è una stretta dipendenza tra h e T.

Infatti nei liquidi sarà ritenuta trascurabile la pressione e si avrà che  $dh = c \, DT$  con buona approssimazione.

Di conseguenza per h costante anche nei liquidi l'isoterma sarà parallela all'isoentalpica a quella temperatura.

Dalla seconda equazione di Gibbs si può calcolare la pendenza delle isoentropiche. Queste infatti hanno andamento lineare nella zona dei liquidi con pendenza elevata e la loro pendenza decresce passando dalla zona bifasica a quella dei gas.

Dalla seconda eq di Gibbs abbiamo che:  $ds = \frac{dh}{T} - v \, dP$

Per le isoentropiche  $ds = 0$  e quindi otteniamo  $\frac{dh}{T} = v \, dP$  da cui immediatamente si deduce che :

$m_{\text{isoentropiche}} = \frac{\partial P}{\partial h} = \frac{1}{v}$  ovvero la pendenza delle isoentropiche è proporzionale alla densità  $\rho$  della sostanza in quel punto. Più questa è densa più sarà inclinata verso l'alto l'isoentropica. Da qui si spiega che nei liquidi è molto inclinata (come si vede in figura) e man mano che va nella zona dei gas la pendenza dell'isoentropica diminuisce.

## CALORI SPECIFICI

Il calore specifico di una sostanza indica la quantità di calore da fornire ad un kg di sostanza per vedere la sua temperatura aumentare di 1 Kelvin.

Il calore specifico può essere calcolato a pressione o volume costante.

Iniziamo col dire che la formula generale per il calcolo del calore specifico è la seguente  $c = \frac{\delta q}{\delta T}$

Ora analizziamo i processi nei due casi a volume o a pressione costante

FORMULA GENERICA : $c = \frac{\delta q}{dT}$	
Volume costante	Pressione costante
$.du = \delta q - \delta l = \delta q - p dv$ ed essendo $dv = 0$	$du = \delta q - \delta l = \delta q - p dv$ Differenziando la definizione di entalpia abbiamo: $dh = du + v dp + p dv$ essendo a pressione costante $v dp = 0$ $dh = du + p dv$ $du = dh - p dv$ sostituiamo $du$ appena trovato nella 1° legge $dh - p dv = \delta q - p dv$
$.du = \delta q$	$.dh = \delta q$
$C_v = \frac{\delta q}{\delta T} = \frac{\delta u}{\delta T}$	$C_p = \frac{\delta q}{\delta T} = \frac{\delta h}{\delta T}$

## GAS IDEALI

Da osservazioni sperimentali si è ricavata un'equazione di stato  $f(p,v,t)=0$  che ben descrive il comportamento dei gas ideali. Tra i gas ideali consideriamo anche l'aria e le miscele omogenee. Per quanto queste non siano dei gas ideali il loro comportamento è ben descritto dalle leggi per i gas ideali.

L'equazione di stato per i gas ideali è la seguente  $P\bar{v} = \bar{R}T$  ove si è indicato con  $\bar{v}$  e  $\bar{R}$  le grandezze volume specifico e la costante universale dei gas  $R = 8315 \text{ J/Kmol K}$

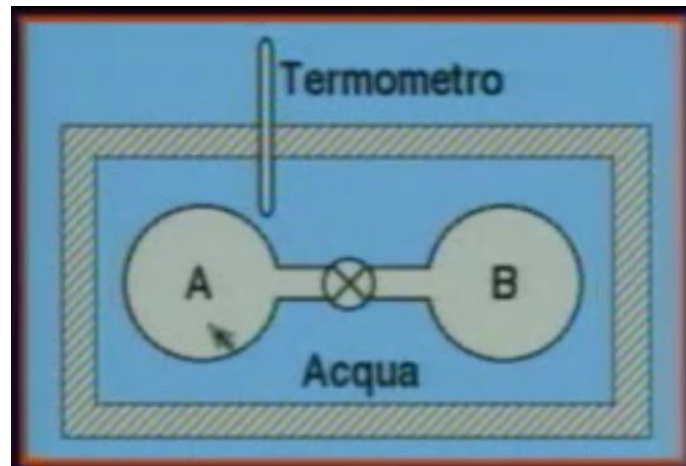
Dividendo ambo i membri dell'equazione per la massa molecolare (nota bene non la massa, ma la massa molecolare  $M$ ) OTTENIAMO:

$$Pv = mRT$$

## - Esperienza di Joule

Joule dimostrò che in un Gas ideale l'energia interna dipende solo dalla Temperatura.

Joule fece un esperimento:



Prese un sistema isolato al cui interno vi erano due ampolline A e B. Nell'ampolla A vi è il gas sul quale si conduce l'esperimento. Nell'ampolla B vi è il vuoto. Il sistema delle due ampolline è circondato da acqua all'interno della quale è immerso un termometro che ne rileva la temperatura.

Ad un istante di tempo viene aperta una valvola che permette al gas contenuto in A di espandersi in B.

Abbiamo così che:

-Per la prima legge  $Du_{SI} = 0 \rightarrow$  Ovvero  $U_f = U_i$

-Da misurazioni si ottiene invece che  $T_f = T_i$

-Si intuisce da leggi meccaniche che  $P_f < P_i$  e che  $V_f > V_i$

$$\text{Possiamo riassumere dicendo che : } \begin{cases} U_f = U_i \\ T_f = T_i \\ V_f > V_i \\ P_f < P_i \end{cases}$$

Ricordando il postulato di stato, sappiamo che il numero di proprietà necessarie a definire lo stato termodinamico di una sostanza è 1+ il numero di modi di scambiare lavoro reversibile.

**Nei gas occorrono quindi 2 proprietà per conoscere lo stato termodinamico della sostanza ed il resto delle proprietà.**

Ora se scegliessimo l'Energia interna e la Temperatura come proprietà indipendenti atte a caratterizzare lo stato termodinamico del sistema avremmo che **queste due proprietà tra stato iniziale e stato finale coincidono**, il che vorrebbe dire che il sistema non è evoluto, **ed è una chiara contraddizione.**

**Quindi concludiamo che non è possibile considerare u e T indipendenti, ma che  $u = u(T)$**

**Inoltre essendo  $h = u + pv$  abbiamo che  $h = u + \bar{R}T$  e quindi concludiamo dicendo che anche  $h = h(T)$  in quanto u è funzione di T, per quanto visto sopra ed  $\bar{R}T$  è chiaramente dipendente solo da T essendo  $R$  una costante.**

Ora ricorrendo alla definizione di Calore specifici a pressione e volume costante possiamo riscrivere :

$C_v = \frac{\delta u}{\delta T}$	$C_p = \frac{\delta h}{\delta T}$
Ora avendo definito che per i gas u è funzione della sola temperatura ed h è funzione della sola temperatura, possiamo riscrivere i differenziali non esatti in quest' altro modo:	
$C_v = \frac{du}{dT}$	$C_p = \frac{dh}{dT}$

Integrando le due relazioni a cui siamo giunti possiamo definire  $\Delta u$  e  $\Delta h$  per i gas.

- **CALCOLO DEL  $\Delta u$ :**

Abbiamo ottenuto che  $C_v = \frac{du}{dT}$  da cui  $du = C_v * dt$

Integrando questa relazione otteniamo  $\int_1^2 du = \int_1^2 C_v * dt$

Da cui si ricava immediatamente che:

$$\boxed{\Delta u = C_v * \Delta T}$$

- **CALCOLO DEL  $\Delta h$ :**

Abbiamo ottenuto che  $C_p = \frac{dh}{dT}$  da cui  $dh = C_p * dt$

Integrando questa relazione otteniamo  $\int_1^2 dh = \int_1^2 C_p * dt$

Da cui si ricava immediatamente che:

$$\boxed{\Delta h = C_p * \Delta T}$$

- **CALCOLO DEL  $\Delta s$ :**

Per il calcolo dell' entropia dobbiamo fare riferimento alle due equazioni di Gibbs:

$$\text{Avremo: } \begin{cases} ds = \frac{du}{T} + \frac{P}{T} dv = C_v \frac{dt}{T} + R \frac{dv}{v} = \\ ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dp = C_p \frac{dt}{T} - R \frac{dp}{p} = \end{cases}$$

Integrando le relazioni ottenute abbiamo

$$\boxed{\begin{cases} \Delta s = C_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0} \\ \Delta s = C_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} \end{cases}}$$

## LIQUIDI

Per studiare il comportamento termodinamico dei liquidi si assumerà che questi siano incompressibili ovvero  $v = \text{cost}$ .

Dobbiamo definire l'equazione di stato  $f(p, v, T) = 0$  per una sostanza in fase liquida.

Ora dal postulato di stato abbiamo che il numero di proprietà per definire lo stato termodinamico di una sostanza è 1+il numero di modi di scambiare lavoro reversibili.

Ma essendo  $\delta l = p dv$  siccome il volume è costante avremo che nei liquidi  $\delta l = 0$ .

Pertanto il numero di proprietà per definire lo stato termodinamico di un liquido è uno.

L'equazione di stato  $f(p, v, T) = 0$  ci fa capire che le proprietà per definire lo stato termodinamico possono essere  $p$  o  $v$  oppure la temperatura  $T$ .

Essendo  $v$  costante ci rimane da scegliere tra la Temperatura e la Pressione.

Scegliamo la Temperatura e dimostriamo il perché:

Dalla definizione di pressione termodinamica abbiamo che :  $P = - \left. \frac{\partial U}{\partial v} \right|_s$

Ora essendo  $v = \text{cost}$  il termine al denominatore  $\partial v = 0$ . Rimane da definire il termine al numeratore.

Dalla prima equazione di Gibbs sappiamo che  $du = T ds - P dv = 0$  (il termine con il  $dv$  si annulla perché il volume è costante ed il termine con il  $ds$  si annulla perché la pressione è calcolata ad entropia costante)

**Pertanto possiamo riscrivere che :  $P = - \left. \frac{\partial U}{\partial v} \right|_s = \frac{0}{0} \rightarrow$  Ovvero deduciamo che un liquido vede la pressione come una proprietà esterna perché è una forma indeterminata.**

**Quindi per esclusione deduciamo che la proprietà da scegliere per definire lo stato termodinamico in un liquido è la TEMPERATURA.**

### **- Dimostrazione che nei liquidi $C_p = C_v = C$**

**Facciamo un'osservazione:** Derivando la definizione di entalpia abbiamo che  $dh = du + p dv + v dp$  da cui avendo presupposto  $v = \text{cost}$  e trascurando le variazioni di pressione qualora queste oscillino in range accettabili (nei liquidi la variazione di pressione influisce quasi per nulla alla variazione dell'entalpia), abbiamo che

$$\boxed{dh = du}$$

Dalla definizione di Calore specifico a pressione costante e volume costante abbiamo che:

$$C_v = \frac{du(T)}{dT}$$

$$C_p = \frac{dh(T)}{dT}$$

Da cui si ricava che:

$$C_v * dt = du(T)$$

$$C_p * dt = dh(T)$$

Ovvero:

$$du(T) = C_v * dt = C_p * dt = dh(T)$$

Da cui si ricava che:

$$C_v = C_p = C$$

Ovvero nei liquidi per basse variazioni di pressione il calore specifico a pressione costante è uguale al calore specifico a volume costante ed è indicato con C.

- **CALCOLO DEL  $\Delta u$ :**

Abbiamo ottenuto che  $C = \frac{du}{dT}$  da cui  $du = C * dt$

Integrando questa relazione otteniamo  $\int_1^2 du = \int_1^2 C * dt$

Da cui si ricava immediatamente che:

$$\Delta u = C * \Delta T$$

- **CALCOLO DEL  $\Delta h$ :**

Abbiamo ottenuto che  $C = \frac{dh}{dT}$  da cui  $dh = C * dt$

Integrando questa relazione otteniamo  $\int_1^2 dh = \int_1^2 C * dt + v dP$

Da cui si ricava immediatamente che:

$$\Delta h = C * \Delta T + v * \Delta P$$

- **CALCOLO DEL  $\Delta s$ :**

Per il calcolo dell' entropia dobbiamo fare riferimento alle prime equazioni di Gibbs:

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P}{T} dv$$

(Il secondo termine è nullo perché  $v = \text{cost}$  e quindi  $dv = 0$ )

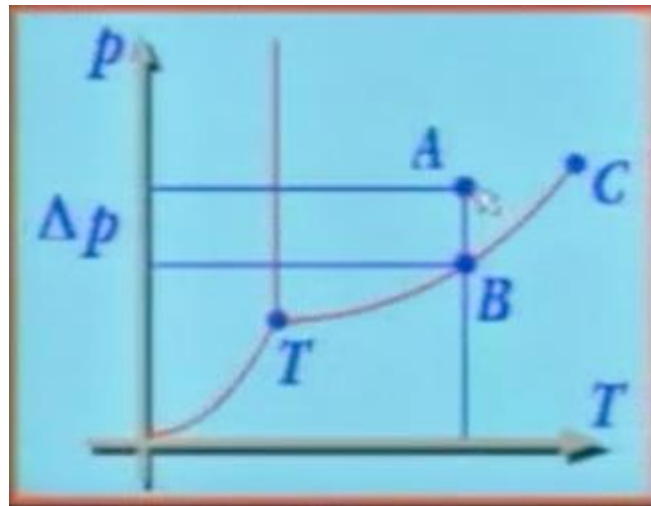
Sostituiamo  $du = C * dt$  ed otteniamo  $ds = C * \frac{dT}{T}$

Integrando la relazione ottenuta ricaviamo subito che:

$$\Delta s = C * \ln \frac{T}{T_0}$$

Il  $\Delta u$  di un liquido dipende dalla sola temperatura pertanto possiamo conoscere l'energia interna di una sostanza allo stato liquido leggendo dalle tabelle l'energia interna posseduta dal liquido saturo alla medesima TEMPERATURA della sostanza allo stato liquido.

Quanto detto si può osservare in figura sotto:



Se prendiamo in considerazione il punto A, questo rappresenta lo stato liquido di una sostanza (ipotizziamo ad esempio che sia acqua). L'energia interna posseduta dalla sostanza pura allo stato liquido è funzione della sola temperatura e pertanto sarà uguale all'energia interna posseduta dal liquido saturo alla medesima temperatura, indicato in figura dal punto B.

Dedotto ciò, possiamo ricavare numericamente il valore dell'energia interna del liquido andando in tabella e leggendo il valore dell'energia interna del liquido saturo alla medesima TEMPERATURA.

Questo aspetto è molto importante per la parte applicativa.

Per l'entalpia abbiamo che nei liquidi  $h = cT + vP$  ora per valori piccoli di pressione, possiamo trascurare il termine  $vP$  e quindi avremo che  $h = cT$  e risulterà anch'essa funzione della sola temperatura e quindi potremo fare il ragionamento che abbiamo fatto per l'energia interna.

Qualora volessimo essere più accurati possiamo scrivere  $\Delta h = c\Delta T + v\Delta P$  che può essere riscritta nel modo seguente:

$$h = h_l + v (P - P_{sat})$$

Ove per piccole variazioni di pressione il termine  $v (P - P_{sat})$  può essere trascurato ed avremo:

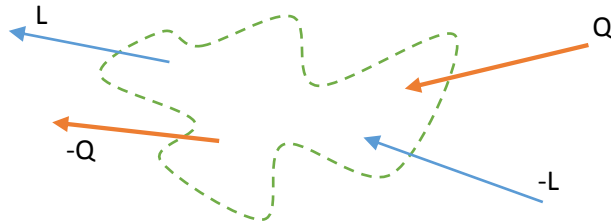
$$h = h_l$$

## PRIMA LEGGE DELLA TERMODINAMICA

La prima legge della termodinamica può essere studiata mediante l' utilizzo dell' approccio del bilancio o mediante l' approccio postulatorio.

### - APPROCCIO POSTULATORIO

Ora introduciamo una convenzione che sarà valida anche per l' approccio del bilancio:



Postuliamo l' esistenza di una grandezza che chiamiamo ENERGIA ed indichiamo con E.

Questa grandezza è una grandezza conservativa così che  $\Delta E_{si} = 0$  (**Prima legge per un sistema isolato**).

Dalla definizione di sistema e ambiente abbiamo che  $\Delta E_{si} = \Delta E_{sist} + \Delta E_{amb} = 0$

Da cui si ricava che  $\Delta E_{sist} = - \Delta E_{amb}$  e abbiamo presupposto che in ambito termodinamico verranno considerati come flussi energetici soltanto quelli di calore e lavoro.

Possiamo quindi dire che  $\Delta E_{sist} = Q - L$  (**Prima legge per sistemi chiusi**)

Ora dobbiamo dimostrare l' esistenza della grandezza E,avendone postulato l' esistenza.

Per fare ciò dobbiamo dimostrare che E sia CONTROLLABILE E MISURABILE.

La controllabilità la si ottiene variando è in alcuni modi.Possiamo far sciogliere del ghiaccio contenuto in un termos eliminando le pareti adiabatiche,possiamo incrementare l' energia di un sistema chiuso agitandolo e così via.

Per la misurabilità procediamo come indicato: Presupponiamo che Q sia nullo.Avremo che  $\Delta E_{sist} = -L$

Ora essendo il lavoro misurabile,lo sarà anche  $\Delta E_{sist}$ .

Ma per la proprietà additiva se  $\Delta E_{sist}$  è misurabile, L è misurabile allora lo sarà anche Q.

Pertanto abbiamo dimostrato anche la misurabilità di E.

### - APPROCCIO DEL BILANCIO

**IMPORTANTISSIMO: PER PROCEDERE ALLO STUDIO DELLA PRIMA E DELLA SECONDA LEGGE CON L' UTILIZZO DELLE EQUAZIONI DI BILANCIO BISOGNA FARE L' IPOTESI DI FLUSSO MONODIMENSIONALE E COSTANTE NEL TEMPO COSI DA AVERE PER UN CONDOTTO  $V = A w \Delta \vartheta$**

L' Approccio del bilancio può essere seguito per formulare equazioni di bilancio di varie grandezze tra cui la massa,l' energia interna e l' entropia.

In questo paragrafo lo utilizzeremo per formulare l' equazione di bilancio per l' energia interna.

L' approccio è il seguente.L' equazione di bilancio nella sua forma classica è :

$$\boxed{\text{Quello che entra}} + \boxed{\text{Quello che si genera}} = \boxed{\text{Quello che esce}} + \boxed{\text{Quello che si distrugge}} + \boxed{\text{Accumulo}}$$



Formuliamo la prima legge mediante l'approccio del bilancio per sistemi chiusi in un intervallo di tempo  $\Delta\theta$

$$\sum_i Q_i + \sum_i L_i = \sum_u Q_u + \sum_u L_u + \Delta E$$

Formuliamo la prima legge mediante l'approccio del bilancio per sistemi chiusi in un intervallo di tempo  $\Delta\theta$

Questa volta dobbiamo tenere conto che i flussi entropici saranno 4 :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Calore} \\ \text{Lavoro} \\ \text{Flussi convettivi (Legati alla massa)} \\ \text{Lavoro di pulsione} \end{array} \right.$

- **Procediamo con il calcolare i flussi convettivi:**

Se ragioniamo su un volumetto infinitesimo avremo che  $V = A w \Delta\theta$

Possiamo quindi scrivere che

$$\underline{\Delta E_i = (A w \rho e)_i \Delta\theta = (\dot{m}e)_i \Delta\theta} \quad \text{Analogamente avremo che} \quad \underline{\Delta E_u = (A w \rho e)_u \Delta\theta = (\dot{m}e)_u \Delta\theta}$$

- **Procediamo a calcolare il lavoro di pulsione:**

Il lavoro in genere si indica come  $L = F s$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{Ricordando che } F = P A \\ \text{Ricordando che } s = w \Delta\theta \end{array} \right.$

Da qui possiamo dedurre che per calcolare il lavoro di pulsione di un volumetto infinitesimo possiamo scrivere:

$$\underline{\Delta L_i = (F s)_i \Delta\theta = (P A w)_i \Delta\theta} \quad \text{Analogamente avremo che} \quad \underline{\Delta L_u = (F s)_u \Delta\theta = (P A w)_u \Delta\theta}$$

Ora dividendo e moltiplicando per  $v$ (volume specifico) avremo:

$$\Delta L_i = v \left( \frac{1}{v} P A w \right)_i \Delta\theta \quad \text{Analogamente avremo che} \quad \Delta L_u = v \left( \frac{1}{v} P A w \right)_u \Delta\theta$$

Da cui ricaviamo subito che:

$$\Delta L_i = v \left( \frac{1}{v} P A w \right)_i \Delta\theta = (P v) \dot{m}_i \Delta\theta \quad \Delta L_u = v \left( \frac{1}{v} P A w \right)_u \Delta\theta = (P v) \dot{m}_u \Delta\theta$$

A questo punto procediamo col scrivere l'equazione di bilancio per l'energia interna relativa ad un sistema aperto:

$$\sum_i Q_i + \sum_i L_i + \sum_i (e + P v)_i \Delta\theta \dot{m}_i = \sum_u Q_u + \sum_u L_u + \sum_u (e + P v)_u \Delta\theta \dot{m}_u + \frac{\partial}{\partial\theta} E_{V.C}$$

Da cui ricordando che  $\boxed{e = \frac{w^2}{2} + gz + u}$

E ricordando ancora che  $\boxed{h = u + p v}$  si ricava che  $\boxed{u = h - p v}$  che sostituita nella

definizione di  $e$  ci permette di ricavare  $\boxed{e = \frac{w^2}{2} + gz + h - p v}$

**A questo punto possiamo riscrivere la prima legge per sistemi aperti:**

$$\sum_i \dot{Q}_i + \sum_i \dot{L}_i + \sum_i \left( \frac{w^2}{2} + gz + h \right)_i \Delta\theta \dot{m}_i = \sum_u \dot{Q}_u + \sum_u \dot{L}_u + \sum_u \left( \frac{w^2}{2} + gz + h \right)_u \Delta\theta \dot{m}_u + \frac{\partial}{\partial\theta} E_{V.C}$$

DIVIDENDO PER  $\Delta\theta$  E FACENDO IL LIMITE PER  $\Delta\theta$  CHE TENDE A ZERO IL CALORE DIVENTA POTENZA TERMICA ED IL LAVORO POTENZA MECCANICA.

**OTTENIAMO COSI':**

$$\sum_i \dot{Q}_i + \sum_i \dot{L}_i + \sum_i \left( \frac{w^2}{2} + gz + h \right)_i \dot{m}_i = \sum_u \dot{Q}_u + \sum_u \dot{L}_u + \sum_u \left( \frac{w^2}{2} + gz + h \right)_u \dot{m}_u + \frac{\partial}{\partial\theta} E_{V.C}$$

Raggruppando i termini Calore in entrata e calore in uscita, e facendo analogamente per il lavoro, mettendoci nelle ipotesi di regime stazionario e trascurando i termini cinetici e potenziali si giunge alla 1° legge per i sistemi aperti:

$$\sum_i \dot{Q}_{netto} - \sum_i \dot{L}_{netto} = \dot{m} \Delta h$$

**LIMITI DELLA PRIMA LEGGE :**

I limiti della prima legge sono i seguenti:

1) Considerando un sistema isolato composto a sua volta da due sottosistemi divisi da un setto adiabatico, rigido e fisso, impermeabile. Se iniziassimo a togliere uno per volta questi vincoli avremmo sempre la seguente relazione

$$U_A = U_B$$

Quindi possiamo concludere dicendo che la prima legge non ci dice nulla sull'equilibrio termodinamico.

Per fare ciò dovremmo inserire una seconda legge.

2) Per la seconda legge, tutto il calore si può trasformare in lavoro. Vedremo con la seconda legge (quando studieremo la macchina di Carnot diretta, che ciò non è possibile altrimenti si avrebbe generazione entropica negativa)

## **SECONDA LEGGE DELLA TERMODINAMICA:**

Vedi appunti quaderno (approccio bilancio, approccio postulatorio)

### **Alcune osservazioni importanti:**

La grandezza energia  $E$  considerata nella prima legge gode della proprietà conservativa.

Per la grandezza entropia diremo che questa gode di quanto segue:

- 1) Gode della proprietà additiva
- 2)  $E'$  è una funzione monotonicamente crescente con  $l'$  energia interna
- 3) Non è conservativa bensì è caratterizzata dalla proprietà di generarsi. Infatti per un sistema isolato avremo che  $S_{\text{finale}} > S_{\text{iniziale}}$  e che quindi  $S_{\text{gen}} > 0$  ove  $l'$  uguale è un asintoto ed è un valore raggiungibile solo nei casi ideali detti reversibili. Nella realtà  $l'$  entropia generata è sempre maggiore di zero e rappresenta la traccia indelebile della trasformazione
- 4)  $l'$  entropia è massima in un sistema isolato, quando saranno stati rimossi tutti i vincoli interni al sistema
- 5)  $l'$  entropia si annulla nel punto in cui si annulla la temperatura termodinamica (3° legge della Termodinamica o postulato di Nerst)
- 6)  $l'$  entropia, con la sua misurazione ci permette di determinare quando in un sistema isolato vi è equilibrio termodinamico. Infatti quando  $ds = 0$  dalle 2 equazioni di Gibbs si ricava che

$$dU = 0 \text{ ---- } dH = 0 \text{ ---- } dP = 0 \text{ ---- } dv = 0 \text{ ---- } ds = 0$$

Ovvero si annullano tutti i gradienti termodinamici

7) Infine  $l'$  entropia ci permette di definire il verso di una trasformazione. Infatti già sopra abbiamo accennato che la prima legge risulta verificata in ogni condizione (anche per versi di trasferimento del calore contro gradiente). La seconda legge sarebbe violata in questi casi, permettendo di stabilire qual'è il verso naturale dell'interazione.

(A tale proposito si ragionerà più approfonditamente nello studio della macchina di Carnot a ciclo inverso)

8) Infine con  $l'$  introduzione della grandezza entropia si sancisce che in un ciclo atto a convertire calore in lavoro, non tutto il calore può essere convertito in lavoro. (A tale proposito si vedano i cicli di Carnot diretti)

9) Mentre per  $l'$  energia  $E$ , questa può essere riportata dall'ambiente al sistema con dispendio di lavoro.

$l'$  entropia non può essere portata dall'ambiente al sistema dopo la reazione. E pertanto  $\Delta S_{SI}$

## Bilancio della massa:

Postuliamo che la massa non si genera né si distrugge, pertanto avremo che  $m_{\text{gen}} = m_{\text{distr}} = 0$

- Pertanto l'equazione di bilancio per un sistema chiuso è banale  $\Delta m = 0$

- Per un sistema aperto avremo invece  $\sum_i m_i = \sum_u m_u + \Delta m$

Se dividiamo per  $\Delta \theta$  e ne facciamo il limite avremo:

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_u \dot{m}_u + \frac{\partial}{\partial \theta} m_{v,c}$$

Ove con  $\dot{m}$  si è indicata la portata massica ovvero la rapidità con cui varia nel tempo la massa nel nostro volume di controllo.

Si parla di regime stazionario quanto :  $\frac{\partial}{\partial \theta} m_{v,c} = 0$

## 1° Eq di Gibbs:

La prima equazione di Gibbs la otteniamo differenziando  $U = U(s,v)$

Avremo quindi :

$$dU = \left. \frac{\partial U}{\partial s} \right|_v ds + \left. \frac{\partial U}{\partial v} \right|_s dv$$

Ove definite le grandezze temperature e pressione termodinamica come segue:

$$T = \left. \frac{\partial U}{\partial s} \right|_v$$

$$P = - \left. \frac{\partial U}{\partial v} \right|_s$$

Avremo che:

$$dU = T ds - p dv$$

Che rappresenta la prima equazione di Gibbs, riscrivibile come segue:

$$dS = \frac{dU}{T} - \frac{p}{T} dv$$

## 2° Eq di Gibbs:

La seconda equazione di Gibbs può essere ricavata da quanto segue:

Ricordando che  $h = u + pv$  e differenziando questa definizione avremo:  $dh = du + pdv + vdp$

Da cui ricaviamo:  $du = dh - pdv - vdp$

Sostituendo quanto trovato nella prima equazione di Gibbs ricaviamo:

$$du = T ds - p dv \rightarrow dh - pdv - vdp = T ds - p dv \rightarrow dh = T ds + vdp$$

Da cui si ricava la seconda equazione di Gibbs:

$$dH = T dS + v dp$$

Che può essere riscritta come segue:

$$dS = \frac{dH}{T} - \frac{v}{T} dp$$

### LAVORO DI VARIAZIONE DI VOLUME:

Una delle più comuni forme di interazione energetica come lavoro tra un sistema chiuso e l'ambiente è quella che va sotto il nome di "LAVORO DI VARIAZIONE DI VOLUME".

Questa interazione è connessa al movimento dell'intera S.C o di una parte di essa; tipicamente un sistema termodinamico chiuso delimitato da un cilindro ed un pistone mobile.

Si consideri una S.C che racchiude la sola sostanza di lavoro che sia soggetta ad una **TRASFORMAZIONE QUASISTATICA**. In questo caso la prima legge si scrive come:

$$\delta q - \delta l = du$$

Dalla prima equazione di Gibbs abbiamo che :  **$du = Tds - pdv$**

Sostituendo in quanto scritto sopra perveniamo a quanto segue:

$$\delta q - \delta l = Tds - pdv$$

Esplicitando rispetto al lavoro abbiamo:

$$\delta l = pdv + \delta q - Tds$$

Ora dalla seconda legge della termodinamica sappiamo che:  **$ds = \frac{\delta q}{T} + \delta s_{gen}$**

Da cui si ricava che  **$\delta q = Tds - T\delta s_{gen}$**

Sostituendo  $\delta q$  in quanto trovato sopra abbiamo che:

$$\delta l = pdv + Tds - T\delta s_{gen} - Tds$$

**Ottenendo così l'equazione del lavoro di variazione di volume:**

$$\delta l = pdv - T\delta s_{gen}$$

Se la trasformazione è internamente reversibile, ossia  **$\delta s_{gen} = 0$**  allora avremo che

$$\delta l = pdv \quad \text{Che integrata ci restituisce} \quad \Delta L = p \Delta V$$

## Equazione dell' energia meccanica:

Così come il lavoro di variazione di volume è tipico dei sistemi chiusi, per i sistemi aperti si parlerà DI EQUAZIONE DELL' ENERGIA MECCANICA.

L' equazione dell' energia meccanica è ricavata dalla prima e dalla seconda legge per sistemi aperti e ci permette di correlare il flusso energetico come lavoro alle proprietà del sistema.

La prima legge per un sistema aperto si scrive (in termini infinitesimi) come:  $\delta q - \delta l = d\left(h + gz + \frac{w^2}{2}\right)$

Dalla seconda equazione di Gibbs abbiamo che :  $dh = Tds + vdp$

Sostituendo in quanto trovato prima ed esplicitando rispetto al lavoro otteniamo:

$$\delta l = \delta q - Tds - vdp - d\left(gz + \frac{w^2}{2}\right)$$

Ora dalla seconda legge della termodinamica per sistemi aperti ricaviamo che :  $ds = \frac{\delta q}{T} + \delta s_{gen}$

Da cui si ricava che :  $\delta q = Tds - T\delta s_{gen}$  che sostituita nell' espressione sopra ci permette di pervenire all' equazione dell' energia meccanica.

$$\delta l = Tds - T\delta s_{gen} - Tds - vdp - d\left(gz + \frac{w^2}{2}\right)$$

Che si riscrive al netto delle semplificazioni come segue:

$$\delta l = -T\delta s_{gen} - vdp - d\left(gz + \frac{w^2}{2}\right)$$

Se la trasformazione è internamente reversibile, ossia  $\delta s_{gen} = 0$  allora avremo che

$$\delta l = -vdp - d\left(gz + \frac{w^2}{2}\right) \text{ che può essere integrata ottenendo } l = \int_1^2 \left(-vdp - gdz - d\frac{w^2}{2}\right)$$

---

### SET:

Con il termine SET si indica il serbatoio di energia termica che ha capienza termica infinita e quindi capace di mantenere la sua temperatura costante nonostante ceda/assorba calore.

Per questo componente ideale abbiamo quanto segue:

$$Q \neq 0 \quad V = \text{cost} \quad \Delta U = |Q| \quad \text{Dalla 1° Eq di Gibbs } \Delta S = \frac{|Q|}{T} \quad S_{gen} = 0 \quad L = 0$$

### SEM:

Con il termine SEM si indica il serbatoio di energia meccanica che ha capienza meccanica infinita e quindi capace di assorbire/fornire lavoro in modo costante.

Per questo componente ideale abbiamo quanto segue:

$$Q = 0 \quad \Delta U = |L| \quad \text{Dalla 1° Eq di Gibbs } \Delta S = 0 \quad S_{gen} = 0 \quad L \neq 0$$

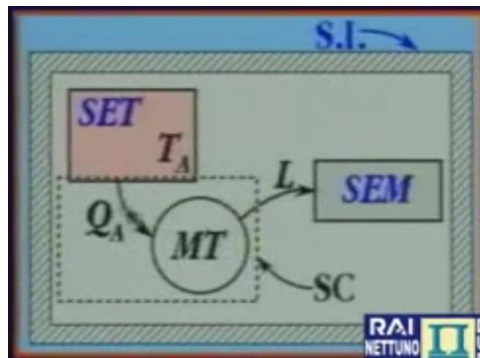
## MACCHINE TERMICHE

La macchina TERMICA è un componente non ideale che quindi genera entropia che può svolgere due ruoli. Qualora la macchina termica opera senza generare entropia prenderà il nome di MACCHINA DI CARNOT. Questa macchina accoppiata a cicli diretti o inversi può svolgere un duplice ruolo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Convertire Energia Termica in LAVORO} \\ \text{Utilizzare Lavoro per permettere il passaggio del calore contro gradiente} \end{array} \right.$$

### Analizziamo ora la macchina Termica abbinata al ciclo diretto:

La macchina Termica abbinata ad un ciclo diretto serve a convertire energia dalla forma calore alla forma lavoro. Presupporremo  $\Delta U_{M.T} = 0$  e  $\Delta S_{M.T} = 0$  in quanto la macchina termica presa in considerazione compierà un numero intero di giri riportando il sistema sempre allo stato iniziale. Possiamo dunque avere 3 casi:



$$\left\{ \begin{array}{l} Q < L \text{ (Primo caso)} \\ Q = L \text{ (Secondo caso)} \\ Q > L \text{ (Terzo caso)} \end{array} \right.$$

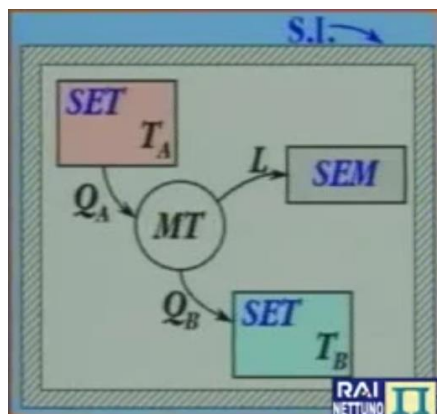
- 1) Il primo caso è subito scartato in quanto è in forte contrapposizione con la prima legge della termodinamica. Infatti si perverrebbe a  $\Delta U_{SI} < 0$  ovvero staremmo generando energia dal nulla.
- 2) Analizziamo il secondo caso:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U_{SI} = \Delta U_{SET} + \Delta U_{SEM} + \Delta U_{M.T} \Rightarrow \Delta U_{SI} = Q - L = 0 \Rightarrow Q = L \text{ Si nota che la prima legge è rispettata} \\ \Delta S_{SI} = \Delta S_{SET} + \Delta S_{SEM} + \Delta S_{M.T} \Rightarrow \Delta S_{SI} = -\frac{Q_A}{T_A} \text{ (Per convenzione } Q \text{ è negativa perchè uscente)} \Rightarrow \Delta S_{SI} < 0 \end{array} \right.$$

Si nota quindi che il secondo caso non rispetterebbe la 2° legge della termodinamica.

- 3) Analizziamo ora il terzo caso. L'aver presupposto che  $Q < L$  ci mette nelle condizioni di presupporre l'esistenza di un SET B a temperatura  $T_B < T_A$

Lo schema della macchina termica diventa il seguente:



$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\Delta U_{SI} = \Delta U_{SET(A)} + \Delta U_{SET(B)} + \Delta U_{SEM} + \Delta U_{M.T}} \rightarrow \boxed{\Delta U_{SI} = (Q_A - Q_B) - L = 0} \rightarrow \boxed{Q_A = L + Q_B} \\ \boxed{\Delta S_{SI} = \Delta S_{SET(A)} + \Delta S_{SET(B)} + \Delta S_{SEM} + \Delta S_{M.T}} \rightarrow \boxed{\Delta S_{SI} = \left(\frac{Q_B}{T_B} - \frac{Q_A}{T_A}\right)} \text{ Con } T_B < T_A \rightarrow \boxed{\Delta S_{SI} > 0} \end{array} \right.$$

Si nota che il terzo caso ci permette di rispettare contemporaneamente la prima e la seconda legge della termodinamica.

**A questo punto dobbiamo introdurre un nuovo parametro detto rendimento che si indica con  $\eta$**

$$\eta = \frac{OTTENUTO}{SPESA}$$

In questo caso avremo:

$$\eta = \frac{L}{Q_A} \rightarrow \text{Dalla prima legge abbiamo che per il ciclo in questione } L = Q_A - Q_B$$

$$\boxed{\eta = \frac{Q_A - Q_B}{Q_A}} \rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{Q_B}{Q_A}}$$

Dalla seconda legge abbiamo che :

$$S_{gen} = \left(\frac{Q_B}{T_B} - \frac{Q_A}{T_A}\right) \text{ da cui dividendo tutti i membri per } Q_A \text{ e moltiplicandoli per } T_B \text{ otteniamo } = \boxed{\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{T_B}{T_A} + \frac{T_B \cdot S_{gen}}{Q_A}}$$

**Otteniamo così la definizione di rendimento in funzione delle temperature:**

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A} - \frac{T_B \cdot S_{gen}}{Q_A}}$$

Che per trasformazioni reversibili siccome il termine  $S_{gen} = 0$  diventa:

$$\boxed{\eta_{rev} = 1 - \frac{T_B}{T_A}}$$

Avremo dunque la seguente relazione:

$$\boxed{0 < \eta < \eta_{rev} < 1}$$

Infine chiameremo rendimento di seconda legge il seguente rapporto :

$$\boxed{\psi = \frac{\eta}{\eta_{rev}}}$$

Ed avremo analogamente essendo  $\eta_{rev} > \eta$  che:

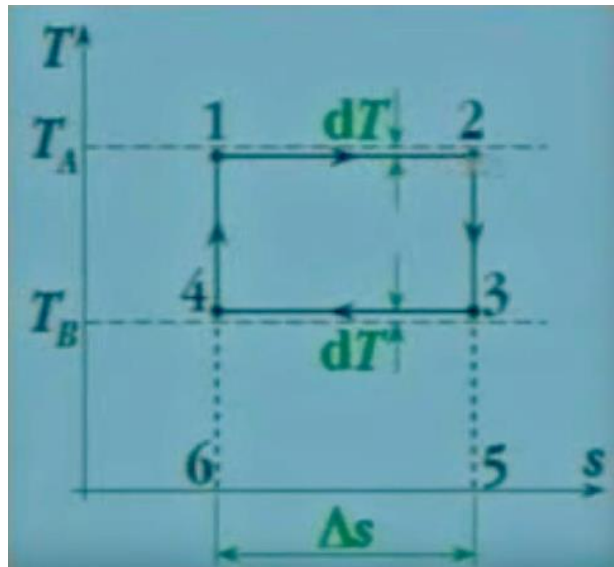
$$\boxed{0 < \psi < 1}$$

Si osserva che il rendimento del ciclo aumenta all'aumentare di  $T_A$  ed al diminuire di  $T_B$ . Ovvero quanto maggiore sarà il gradiente termico tra le temperature dei due set tanto maggiore sarà il rendimento. Per quanto questo ci possa far pensare che aumentando questo gradiente possiamo tendere a rendimenti molto grandi, esistono dei limiti tecnologici.

Infatti di solito il set a temperatura inferiore  $T_B$  di solito è costituito da un lago o da un fiume o comunque da una sorgente a temperatura ambiente. Pertanto  $T_B$  risulta poco variabile. Per quanto riguarda la  $T_A$  anche questa ha dei limiti, infatti non si possono raggiungere temperature troppo elevate a causa dei limiti tecnologici connessi alla materia. Superate determinate temperature andremmo a fondere l'impianto. Pertanto le temperature dei SET rimangono variabili, ma entro dei precisi limiti.



### Grafico del ciclo:



In questo grafico si notano due trasformazioni isoterme e due isoentropiche. Le due isoterme rappresentano i processi durante i quali si ha il trasferimento di energia termica dai SET alla macchina termica M.T. Siccome il nostro ciclo è ideale tutte le trasformazioni devono essere reversibili. Pertanto le due adiabatichhe devono avere temperatura quasi coincidente con quelle dei SET. O meglio possiamo dire che il  $dT$  deve essere infinitesimo. Spieghiamo meglio il perché:

In merito al SET la seconda legge si può scrivere come segue:  $\frac{\delta q}{T} + \delta S_{gen} = ds_{M.C} \rightarrow ds_{M.C} = 0$ . Il primo termine si annulla perché essendo adiabatichhe  $\delta q = 0$  ed il secondo si annulla perché sono isoentropiche.

OSSERVAZIONE IMPORTANTE: Visto che vogliamo che le adiabatichhe siano isoentropiche, perché non le facciamo coincidere con  $T_A$  e  $T_B$ ? La risposta è semplice, perché se non vi è differenza di temperatura tra la sorgente e la macchina non vi può essere trasferimento di calore. Pertanto dobbiamo presupporle interne al ciclo per permettere il flusso di calore da/verso i SET. Nel frattempo per accontentare l'ipotesi di reversibilità presupporremo che il  $dT$  sia tendente a zero così che i processi siano reversibili.

Le altre due isoentropiche sono dovute al fatto che la macchina termica in questione è detta Macchina di Carnot ed è una macchina ideale che non genera entropia. Tale considerazione si riscontra col fatto che il rendimento del ciclo rappresentato in figura (che rappresenta un ciclo di Carnot) è coincidente con il rendimento in condizioni di reversibilità calcolato in precedenza per la macchina termica.

In merito alle aree sottese alle trasformazioni avremo: 
$$\begin{cases} Area\ 6125 = q_A = T_A * \Delta s \\ Area\ 6435 = q_B = T_B * \Delta s \\ Area\ 4123 = l = q_A - q_B = (T_A - T_B) * \Delta s \end{cases} \rightarrow$$

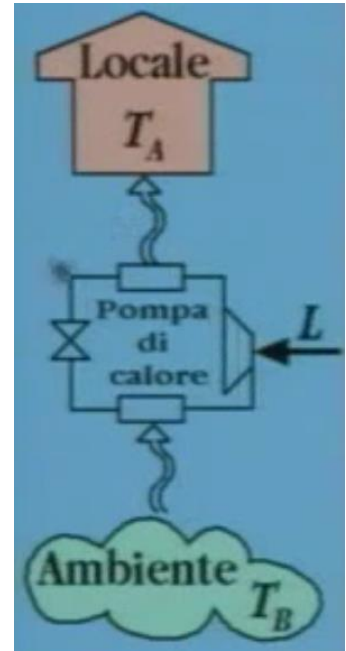
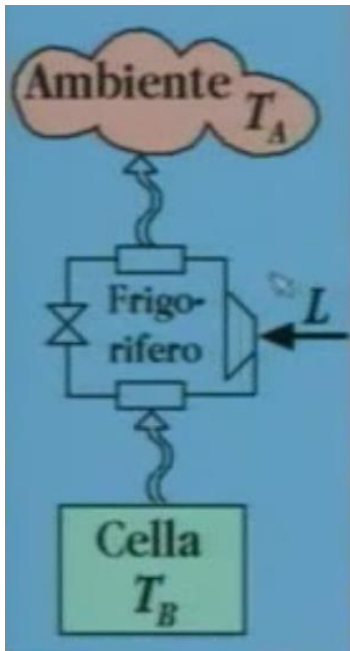
Da qui ricaviamo che essendo il rendimento 
$$\eta = \frac{l}{q_A} = \frac{Area\ 4123}{Area\ 6125} = \frac{(T_A - T_B) * \Delta s}{T_A * \Delta s} = 1 - \frac{T_B}{T_A} = \eta_{rev}$$

**In accordo con quanto trovato precedentemente.**

### Analizziamo ora la macchina Termica abbinata al ciclo inverso:

Abbiamo visto sopra la macchina termica di abbinata ad un ciclo diretto. Tale macchina è impiegata per trasformare calore in lavoro.

Qualora invece avessimo la necessità di trasportare calore nel verso delle temperature crescenti con una spesa di lavoro dobbiamo introdurre la macchina Termica applicata ad un ciclo inverso. Tale macchina Può operare sia da macchina frigorifera che da pompa di calore a seconda di come sono predisposti i SET.



Infatti la macchina termica che opera con ciclo inverso preleva calore dal SET B e con spesa di lavoro  $L$ , lo cede al SET A. In questa macchina si verifica sempre la condizione  $T_B < T_A$ .

Se il SET A è costituito dall'ambiente (esempio a sinistra) allora abbiamo una macchina frigorifera

Se il SET A è costituito dal locale da riscaldare (esempio a destra) allora abbiamo una pompa di calore

Va fatta una premessa. Tali macchine esistono solo in accoppiata ad un SEM, ovvero per far fluire calore dal SET B al SET A dobbiamo fornire lavoro. Tale condizione è necessaria per non entrare in contraddizione con la seconda legge della termodinamica.

Infatti se per assurdo non fornissimo LAVORO, e presupponessimo che si abbia un trasferimento spontaneo di calore dal SET B al SET A la seconda legge si scriverebbe come segue:

$$\Delta S_{SI} = \Delta S_{SET(A)} + \Delta S_{SET(B)} + \Delta S_{SEM} + \Delta S_{M.T} = Q \left( \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right) \text{ che nel caso di } T_B < T_A \text{ ci porta all' assurdo } \Delta S_{SI} < 0$$

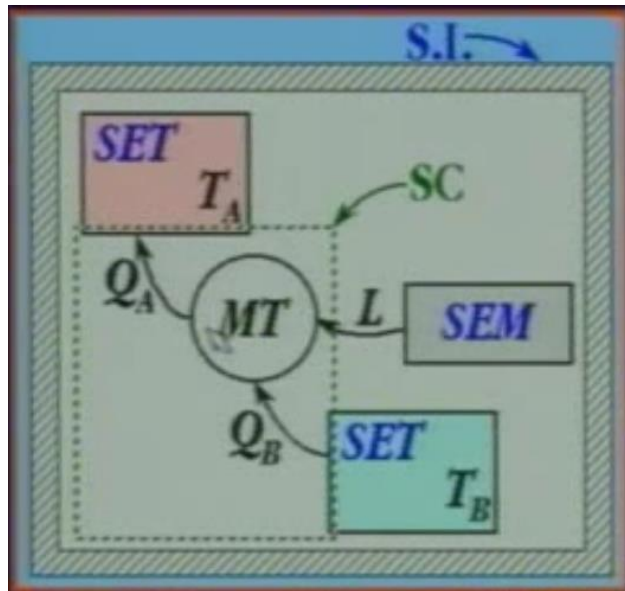
Affine la quantità  $\left( \frac{Q_A}{T_A} - \frac{Q_B}{T_B} \right) > 0$  (SIA POSITIVA DOBBIAMO AVERE)  $\Rightarrow \frac{Q_A}{T_A} > \frac{Q_B}{T_B} \Rightarrow Q_A \geq Q_B \frac{T_A}{T_B}$  (Ove il segno uguale vale per trasformazioni reversibili).

Analizziamo il caso più semplice, quello che si verificherebbe per trasformazioni reversibili

$$Q_A = Q_B \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow L = (Q_A - Q_B) = \frac{T_A}{T_B} Q_B \Rightarrow \text{Ovvero affinché tale processo abbia inizio, in condizioni di reversibilità dobbiamo fornire un lavoro pari a } \frac{T_A}{T_B} Q_B$$

e qualora non operassimo in condizioni di reversibilità allora dovremmo avere che  $L > \frac{T_A}{T_B} Q_B$

La rappresentazione di una macchina frigorifera o di una pompa di calore è il seguente



In questo tipo di macchine non parliamo di rendimento bensì introduciamo un nuovo parametro detto COP (Coefficient of prestation).

Il  $COP = \frac{OTTENUTO}{SPESA}$  può essere calcolato nel caso della macchina frigorifera e nel caso della pompa di calore.

$$COP_f = \frac{Q_B}{L}$$

$$COP_{pc} = \frac{Q_A}{L}$$

Ove esprimendo  $L = Q_A - Q_B$  si ricava:

$$COP_f = \frac{Q_B}{Q_A - Q_B}$$

$$COP_{pc} = \frac{Q_A}{Q_A - Q_B}$$

Dividendo il COP della frigorifera per  $Q_B$  ed il COP della pompa di calore per  $Q_A$ :

$$COP_f = \frac{1}{\frac{Q_A - Q_B}{Q_B}}$$

$$COP_{pc} = \frac{1}{\frac{Q_A - Q_B}{Q_A}}$$

Otteniamo dunque:

$$COP_f = \frac{1}{\frac{Q_A}{Q_B} - 1}$$

$$COP_{pc} = \frac{1}{1 - \frac{Q_B}{Q_A}}$$

A questo punto possiamo sostituire  $\frac{Q_A}{Q_B}$  e  $\frac{Q_B}{Q_A}$  con quanto ricaviamo dalla seconda legge della termodinamica:

$$S_{gen} = \left( \frac{Q_A}{T_A} - \frac{Q_B}{T_B} \right)$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{T_A * S_{gen}}{Q_B} + \frac{T_A}{T_B}$$

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{T_B * S_{gen}}{Q_A} + \frac{T_B}{T_A}$$

Sostituendo in quanto trovato giungiamo alla definizione di COP:

$$COP_f = \frac{1}{\frac{T_A \cdot S_{gen}}{Q_B} + \frac{T_A}{T_B} - 1}$$

$$COP_{pc} = \frac{1}{1 - \frac{T_B \cdot S_{gen}}{Q_A} - \frac{T_B}{T_A}}$$

Che nelle condizioni di reversibilità ovvero  $S_{gen} = 0$  diventano:

$$COP_{f,rev} = \frac{1}{\frac{T_A}{T_B} - 1}$$

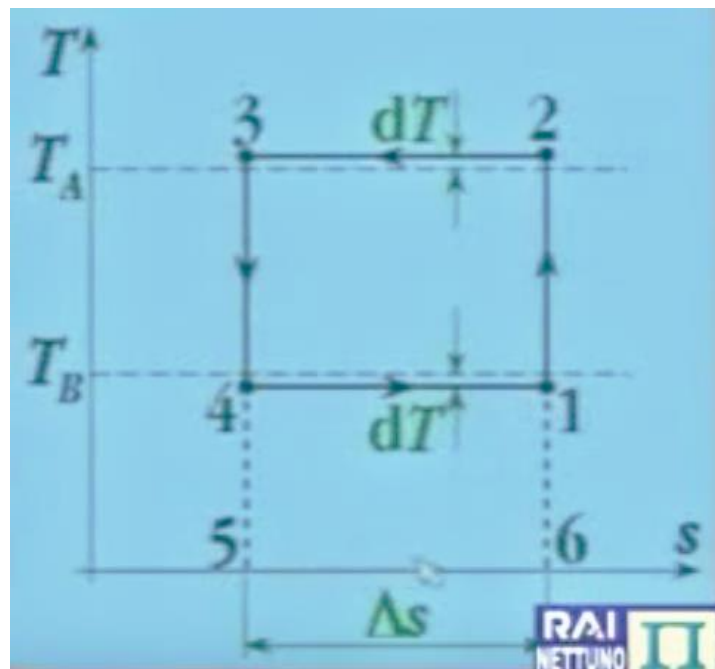
$$COP_{pc,rev} = \frac{1}{1 - \frac{T_B}{T_A}}$$

Si deduce immediatamente che il COP di una macchina reale è sempre inferiore di quello di una macchina reversibile.

$$\begin{aligned} 0 < COP_f < COP_{f,rev} < \infty \\ 1 < COP_p < COP_{p,rev} < \infty \end{aligned}$$

Si giunge dunque ad una considerazione importante. Il COP diventa tanto maggiore quanto più diventa piccolo il gradiente delle temperature. Infatti quando accade ciò diminuisce il lavoro da fornire, e nel caso di  $T_a = T_b$  il lavoro da fornire diventa nullo e il COP  $\rightarrow \infty$

Grafico del ciclo:



Il grafico del ciclo nel caso di macchina ideale (detta macchina di Carnot) è il seguente. Si nota che ancora una volta le trasformazioni sono due isoentropiche e due isoterme. Questa volta le temperature dei SET lambiscono l'interno del ciclo perché sono a temperatura leggermente inferiore di quella della macchina ideale.

Valgono tutte le cose dette per il grafico sopra. Il  $dT$  serve per permettere il flusso di  $Q$ , deve essere infinitesimo per far sì che l'adiabatica sia a generazione entropica nulla.

Le aree sottese alle trasformazioni rappresentano  $q_a, q_b$  ed  $l$ .

Anche in questo caso possiamo calcolare il COP dal grafico e confrontarlo con il  $COP_{rev}$  calcolato sopra.

## TERMODINAMICA PER INGEGNERI:

In questo testo studiamo prima i diversi componenti termodinamici, e poi i cicli maggiormente utilizzati di tipo diretto e inverso.

Iniziamo dai componenti. In ambito termodinamico distingueremo i componenti detti macchine a seconda della loro natura. Avremo macchine dinamiche e volumetriche, operatrici e motrici. Noi considereremo macchine dinamiche ovvero che producono lavoro d'elica e che saranno motrici qualora forniranno lavoro e operatrici qualora assorbiranno lavoro.

Le macchine dinamiche motrici sono :  $\begin{cases} \text{TURBINE A VAPORE} \\ \text{TURBINE A GAS} \end{cases}$

Le macchine dinamiche operatrici sono :  $\begin{cases} \text{POMPE} \\ \text{COMPRESSORI} \end{cases}$

Nella maggioranza dei casi, o meglio sempre, considereremo le macchine in questione adiabatiche, ovvero la potenza termica trasferita sarà molto minore della potenza meccanica. Ovvero  $\dot{Q} \ll \dot{L}$ , questo accade perché  $\dot{Q} = U A \Delta T$  si ha che anche se il coibendamento non sia tale da garantire  $\Delta T = 0$  resta il fatto che l'area della macchina è molto piccola come ordine di grandezza rispetto alla potenza meccanica  $\dot{L}$

Pertanto in queste macchine si trascurerà  $\dot{Q}$  ed inoltre verranno trascurati i termini cinetici e potenziali.

Pertanto le equazioni di bilancio di prima e seconda legge divengono le seguenti:

$$\boxed{-\frac{\dot{L}}{\dot{m}} = \Delta h} \quad \boxed{-\frac{\dot{S}_{gen}}{\dot{m}} = \Delta s} \quad \boxed{-\frac{\dot{L}}{\dot{m}} = -\int_1^2 v dp - r}$$

Abbiamo infine gli scambiatori di calore e la valvola di laminazione che sono componenti appartenenti a categorie separate e che analizzeremo in seguito.

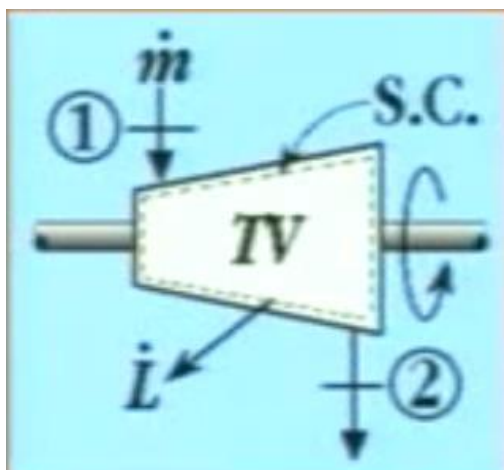
Iniziamo ora dalle turbine.

### TURBINA A VAPORE:

La turbina a vapore funziona con un fluido che si trova nei pressi della regione bifasica vapore surriscaldato a titolo elevato o vapore surriscaldato completamente vaporizzato.

Per questo motivo, la turbina è detta a vapore.

Le turbine sono macchine motrici che pertanto grazie all'espansione di un fluido che avviene all'interno della turbina, si ottiene Potenza meccanica in uscita indicata con  $\dot{L}$



L'espansione in turbina avviene con produzione entropica nel caso reale, anche se ai fini dei nostri studi considereremo anche il caso isoentropico.

Effettuiamo un bilancio di prima e di seconda legge sulla turbina:

#### Trasformazione reale

- 1)  $\dot{m}h_1 = \dot{L} + \dot{m}h_2$
- 2)  $\dot{m}s_1 + S_{gen} = \dot{m}s_2$

Possiamo definire ora il lavoro nei due casi:

$$\dot{L} = \dot{m} (h_1 - h_2)$$

Il rapporto tra il lavoro ottenuto in caso di espansione reale e quella isoentropica viene detto rendimento isoentropico della turbina e si indica come segue:

$$0 < \eta_{S.T} = \frac{\dot{m}(h_1 - h_2)}{\dot{m}(h_1 - h_{2s})} < 1$$

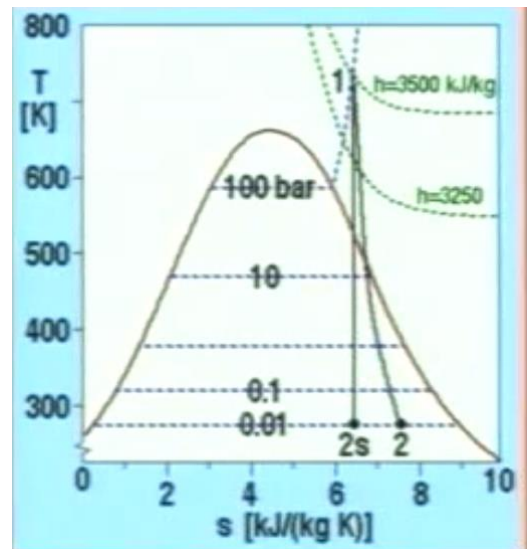
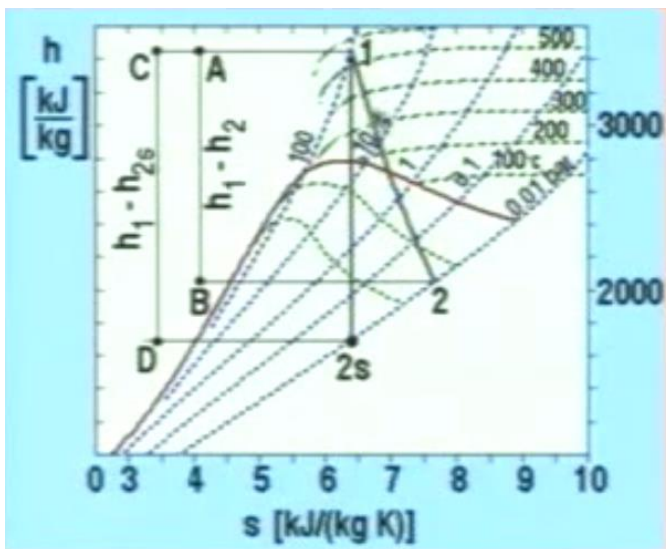
A questo punto analizziamo il comportamento dell'espansione che avviene nella turbina nei vari piani termodinamici:

#### Trasformazione isoentropica

$$\dot{m}h_1 = \dot{L}_S + \dot{m}h_{2s}$$

$$\dot{m}s_1 + S_{S,gen} = \dot{m}s_{2s}$$

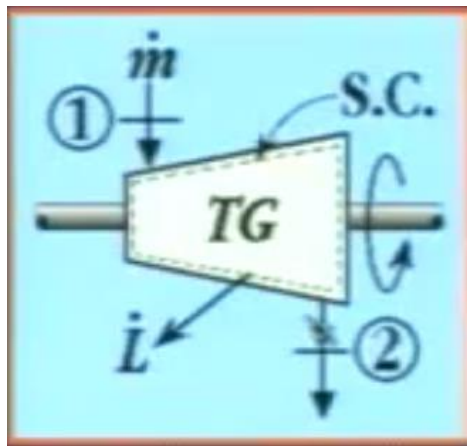
$$\dot{L} = \dot{m} (h_1 - h_{2s})$$



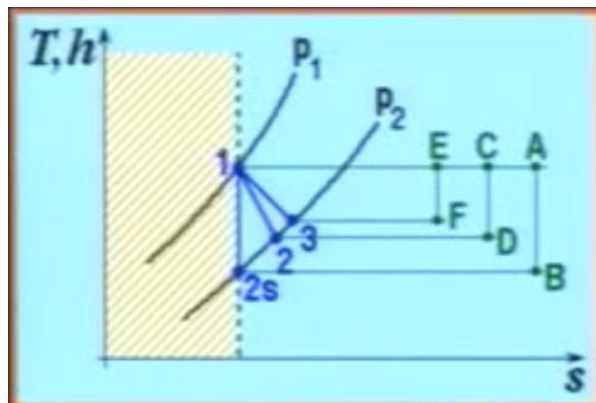
E' importante osservare che nel caso di trasformazione reale al crescere del  $ds$  diminuisce il salto entalpico e di conseguenza la potenza meccanica  $\dot{L}$  fornita. In caso di entropia generata (o  $ds$ ) nullo allora avremo rendimento isoentropico massimo ovvero in altri termini il lavoro fornito sarà massimo. (Tale condizione è molto chiara nel diagramma  $h-s$  a sinistra).

## TURBINA A GAS:

La turbina a gas differisce da quella a vapore per il solo fluido. In questo caso il fluido che verrà fatto espandere sarà un gas (trattato come gas ideale).



Nel caso di gas a meno di un fattore di scale, il grafico della trasformazione sui piani T-s e h-s può essere fatto coincidere.



Se modelliamo il fluido come un gas a calori specifici costanti ricaviamo che la pendenza delle isobare è praticamente costante per ogni valore di T. Infatti ricordando che  $m_{isobare} = \frac{\partial T}{\partial S} \Big|_p = \frac{T}{C_p}$  con l' ipotesi di calori specifici costanti la pendenza rimane costante a parità di temperatura.

Pertanto possiamo tracciare la famiglia di isobare per traslazione.

**Inoltre sappiamo che l'area sottesa ad un tratto di isobara è pari alla variazione di entalpia specifica.**

Se invece tracciamo delle isoterme in corrispondenza delle temperature  $2s, 2$  e  $3$ , ogni isoterma individuerà sull' isobara  $p_1$  un punto che chiameremo  $2s', 2'$  e  $3'$ . L' area sottesa all' isobara in corrispondenza del tratto 1 ed uno dei punti ottenuti con l' intersezione delle isoterme, rappresenterà la potenza specifica erogata durante l' espansione.

Infine possiamo concludere che anche nella turbina a gas l' aumento di generazione entropica durante l' espansione riduce il salto entalpico e di conseguenza la potenza meccanica erogata. Basi vedere in figura sopra il caso della trasformazione 1-2 e poi quello della trasformazione 1-3

Effettuiamo un bilancio di prima e di seconda legge sulla turbina:

## Trasformazione reale

$$1) \quad \dot{m}h_1 = \dot{L} + \dot{m}h_2$$

### Trasformazione isoentropica

$$\dot{m}h_1 = \dot{L}_S + \dot{m}h_{2s}$$



$$2) \dot{m}s_1 + S_{gen} = \dot{m}s_2$$

$$\dot{m}s_1 + S_{S,gen} = \dot{m}s_{2s}$$

Possiamo definire ora il lavoro nei due casi:

$$\dot{L} = \dot{m} (h_1 - h_2)$$

$$\dot{L}_S = \dot{m} (h_1 - h_{2s})$$

Possiamo riscrivere le relazioni trovate sopra tenendo conto che nei casi di gas ideale abbiamo:

$$\Delta h = C_p * \Delta T$$

$$\dot{L} = \dot{m} (h_1 - h_2) = \dot{m} C_p * \Delta T$$

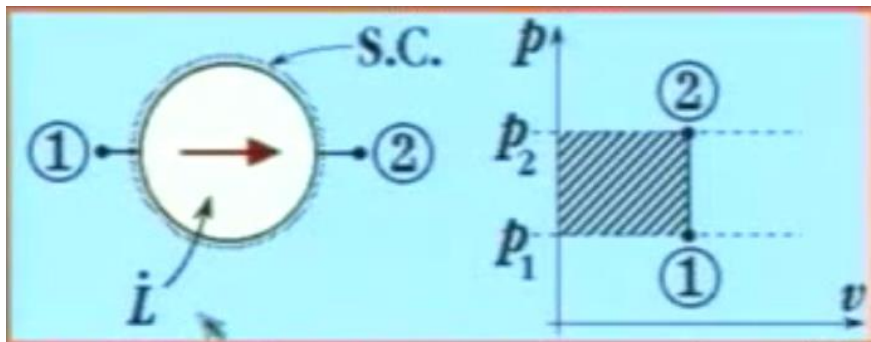
$$\dot{L}_S = \dot{m} (h_1 - h_{2s}) = \dot{m} C_p * \Delta T$$

Da cui ne segue che il rendimento isoentropico nel caso di una turbina a gas può essere espresso in funzione delle sole temperature. Avremo dunque:

$$0 < \eta_{S.T} = \frac{\dot{m}(h_1 - h_2)}{\dot{m}(h_1 - h_{2s})} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}} < 1$$

### POMPA:

La pompa è una macchina dinamica operatrice, ovvero opera con una spesa di lavoro ed il suo scopo è quello di innalzare la pressione di un fluido che di norma è allo stato liquido o al massimo liquido saturo.



Pertanto nello studio della pompa ricorreranno le equazioni di stato ricavate nella trattazione dei liquidi.

Dal grafico nel piano p-v si ricava che l'area sottesa alla trasformazione rappresenta il lavoro necessario alla compressione.

$$\text{Avremo che } \begin{cases} |\dot{L}/\dot{m}| = c\Delta T + v\Delta p \\ \frac{S_{gen}}{\dot{m}} = c \ln \frac{T_2}{T_1} \\ \text{In caso di compressione isoentropica ricaviamo subito } T_2 = T_1 \end{cases}$$

Anche per la pompa possiamo calcolare il lavoro di compressione nei due casi reale ed isoentropico:

**Caso reale**

$$|\dot{L}/\dot{m}| = c\Delta T + v\Delta p$$

**Caso isoentropico**

$$|\dot{L}_S/\dot{m}| = v\Delta p$$

Anche in questo caso possiamo calcolare il rendimento isoentropico della pompa, ma questa volta affinché il rendimento isoentropico sia compreso tra zero e uno avremo al numeratore il caso reale (più piccolo) ed al denominatore il caso isoentropico.

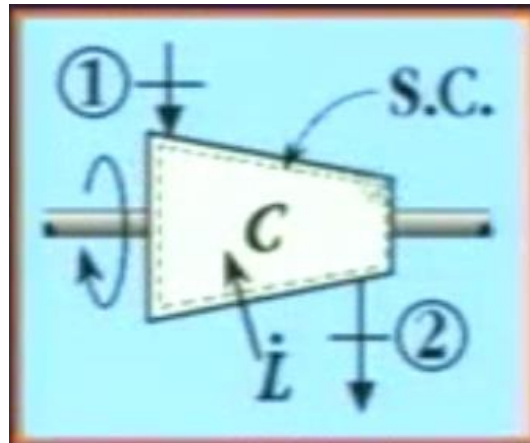
$$0 < \eta_{S.T} = \frac{\dot{m}(h_1 - h_{2s})}{\dot{m}(h_1 - h_2)} = \frac{v\Delta p}{c\Delta T + v\Delta p} = \frac{1}{\frac{c\Delta T + v\Delta p}{v\Delta p}} = \frac{1}{\frac{c\Delta T}{v\Delta p} + 1} < 1$$



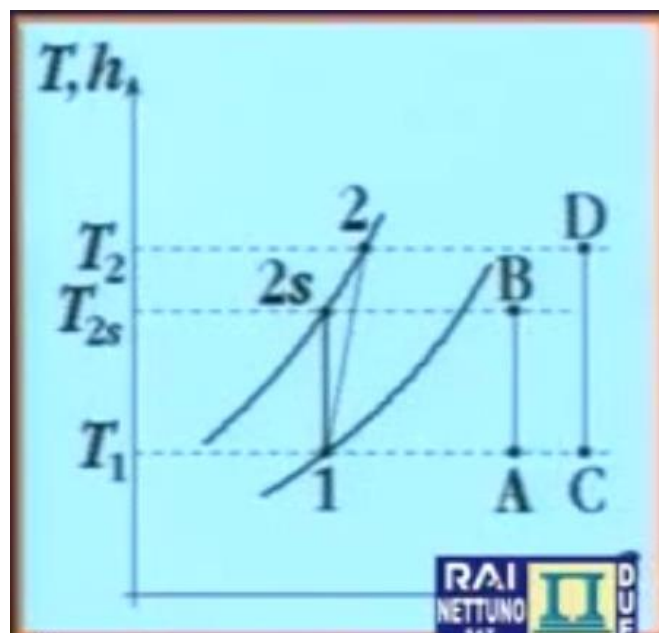
Si nota che nel caso ideale siccome  $\Delta T = 0$  il termine al denominatore del rendimento isoentropico :  $\frac{c\Delta T}{v\Delta p}$  si annulla ed otteniamo il rendimento massimo (come ci saremmo aspettati per processi isoentropici). Maggiore invece è l'entropia prodotta a causa degli effetti dissipativi, maggiore sarà il  $\Delta T$  e quindi minore sarà il rendimento isoentropico.

### COMPRESSORE:

Il compressore è una macchina dinamica operatrice che opera con Gas. Il compressore svolge lo stesso ruolo della pompa, infatti quest'organo aumenta la pressione di un Gas, ed analogamente alle macchine viste sopra prenderemo in considerazione la compressione isoentropica e quella reale.



Anche per questo componente come per le turbine a gas possiamo rappresentare la trasformazione su un piano T-s e contemporaneamente su un piano h-s perché anche in questo caso la famiglia di isobare avranno tutte stessa pendenza.



In figura si notano le due compressioni, 1-2s isoentropica ed 1-2 reale. Anche in questo caso si nota che in caso di produzione entropica maggiore cresce il salto entalpico che però questa volta rappresenta la potenza meccanica da fornire. Quindi ora l'esigenza sarà quella di ridurre il salto entalpico per dover fornire il lavoro minimo che si otterrà nel caso isoentropico.

Anche in questo caso possiamo effettuare un bilancio di prima e di seconda legge sul compressore nei due casi possibili: caso reale e caso isoentropico.

Avremo dunque applicando la prima legge che:

**Trasformazione reale**

$$1) \dot{m}h_1 + \dot{L} = \dot{m}h_2$$

$$\dot{L} = \dot{m} (h_2 - h_1)$$

Da cui ricaviamo che:

Dal bilancio di seconda legge otteniamo:

$$\dot{m}s_1 + S_{gen} = \dot{m}s_2$$

$$S_{gen} = \dot{m} (s_2 - s_1)$$

Ricordando che per i gas vale la seguente relazione:

$$\Delta s = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Nel caso isoentropico ricaviamo subito che :  $C_p \ln \frac{T_{2s}}{T_1} = R \ln \frac{P_{2s}}{P_1}$

**Trasformazione isoentropica**

$$\dot{m}h_1 + \dot{L}_S = \dot{m}h_{2s}$$

$$\dot{L}_S = \dot{m} (h_{2s} - h_1)$$

$$\dot{m}s_1 + S_{S,gen} = \dot{m}s_{2s}$$

$$S_{S,gen} = \dot{m} (s_{2s} - s_1) = 0$$

Anche per i compressori possiamo valutare il rendimento isoentropico che al pari delle pompe presenterà il lavoro minimo al denominatore (ovvero quello ottenuto da compressione isoentropica) ed il lavoro reale al denominatore. Avremo dunque:

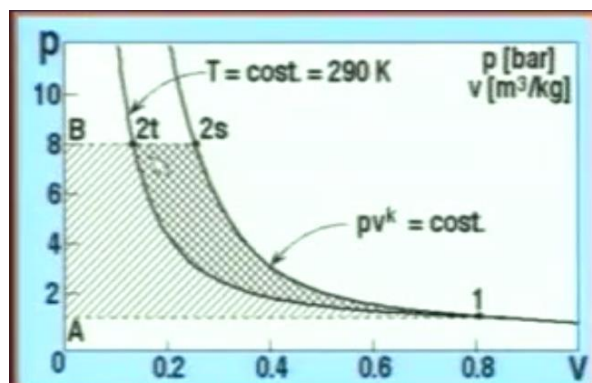
$$0 < \eta_{S.T} = \frac{\dot{m}(h_1 - h_{2s})}{\dot{m}(h_1 - h_2)} = \frac{T_1 - T_{2s}}{T_1 - T_2} < 1$$

Anche in questo caso come nella turbina a gas avendo a che fare con dei gas possiamo esprimere le potenze meccaniche (o meglio i salti entalpici) in funzione delle temperature.

Infine concludiamo dicendo che analogamente a quanto detto per le turbine a gas, le aree sottese alle isobare nel piano T-s rappresentano le potenze meccaniche reali e ideali.

Infatti se tracciamo un' isoterma in corrispondenza della temperatura 1, questa individuerà un punto sull' isobara p<sub>2</sub> che chiameremo 1'. L' area sottesa al tratto di isobara 1' ed uno dei punti di arrivo 2s o 2 o 3 etc..., rappresenta la potenza meccanica da fornire al compressore. Si nota che tale area è minima per compressione isoterma quindi con punto di arrivo pari a 2s e diventa sempre maggiore quanta maggiore è l' entropia generata o meglio quanto maggiore è il ds.

OSSERVAZIONE SULLA COMPRESSIONE:



Sul piano p-v è rappresentata una compressione isoterma ed una compressione isoentropica. Siccome l'area sottesa alle due curve rappresenta la potenza meccanica da fornire, si nota che in caso di compressione isoterma, la potenza meccanica da fornire risulta inferiore che nel caso isoentropico.

Ora nel caso di compressione isoterma sviluppiamo la prima legge, avremo che:

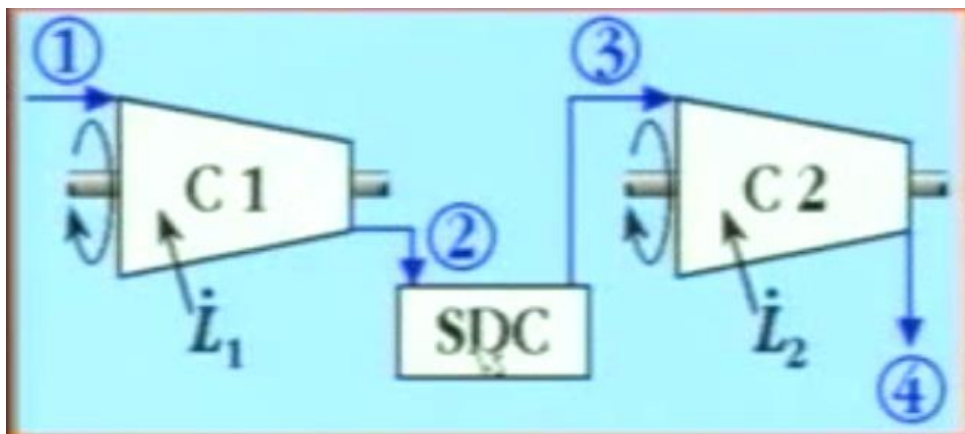
$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\Delta h = c_p \Delta T = 0 \rightarrow \text{Da cui essendo isoterma e quindi } \Delta T = 0 \rightarrow \text{Avremo } \dot{Q} = \dot{L}$$

Il termine  $\dot{Q}$  è presente nonostante avevamo fatto ipotesi iniziali in cui lo si trascurava. Questo perché se vogliamo una compressione isoterma dobbiamo sottrarre calore.

Dal bilancio di prima legge abbiamo che la potenza termica da sottrarre è pari alla potenza meccanica da fornire.

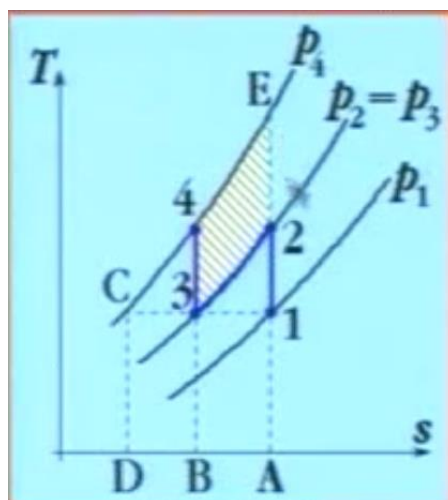
La potenza meccanica da fornire la si può calcolare dal piano p-v come  $\dot{L} = R T_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$

Agli atti pratici risulta molto difficile comprimere e refrigerare simultaneamente nello stesso apparato. Pertanto all'atto pratico si utilizza una strategia diversa. Si effettua una compressione bistadio.



Il fluido viene prima compresso in modo isoentropico, ma non isoterma, poi viene refrigerato il gas all'uscita del primo compressore ed in seguito viene ricompresso in modo isoentropico.

Il grafico di tale trasformazione è riportato sotto:



Così facendo si risparmia energeticamente in termini di potenza meccanica da fornire, quella corrispondente all'area E234.

## SCAMBIATORI DI CALORE:

Gli scambiatori di calore hanno duplice scopo:

- 1) Possono servire a modificare lo stato termodinamico di un fluido che vi passa dentro
- 2) Possono servire a raffreddare/riscaldare il fluido contenuto

### - Mescolatore adiabatico:



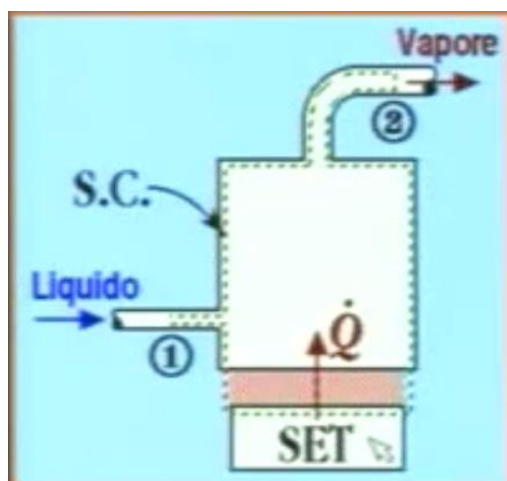
Il mescolatore è usato in quelle situazioni ove prima di tutto vi sia la compatibilità a mescolare i due fluidi, e serve ad ottenere un fluido uscente con proprietà termodinamiche intermedie tra i due entranti.

Pocederemo con un bilancio di massa, poi di prima legge e poi di seconda legge. Nelle equazioni non compariranno i termini di potenza termica e meccanica in quanto il mescolatore è considerato adiabatico ed isolato

$$\begin{cases} \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \\ \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 \\ \dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2 + \dot{S}_{gen} = \dot{m}_3 s_3 \end{cases}$$

I processi che avvengono nei mescolatori sarà sempre irreversibile e pertanto l'entropia generata sarà sempre positiva.

### - Generatore di vapore o caldaia o scambiatore a SET:



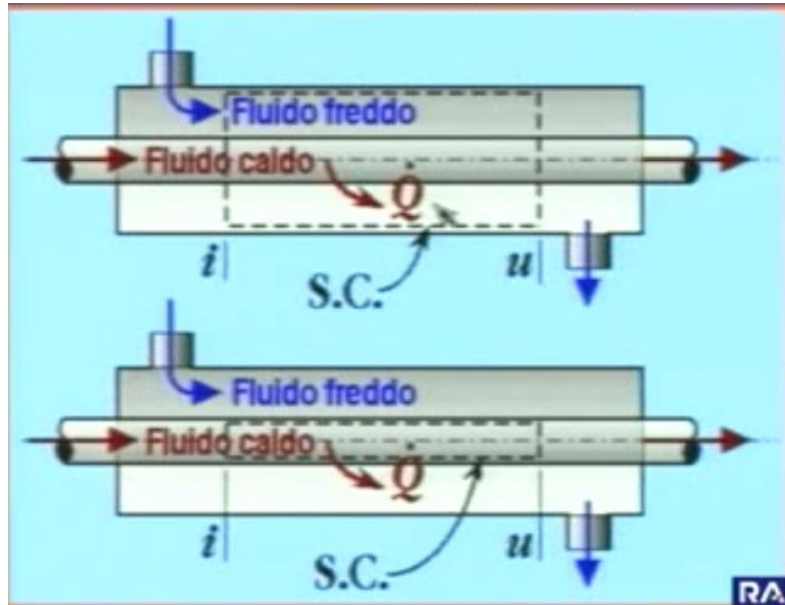
Pocederemo con un bilancio di massa, poi di prima legge e poi di seconda legge.

$$\begin{cases} \dot{m}_1 = \dot{m}_2 \\ \dot{m}_1 h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_2 h_2 \\ \dot{m}_1 s_1 + \frac{\dot{Q}}{T_{SET}} + \dot{S}_{gen,EST} = \dot{m}_2 s_2 \end{cases}$$

Questo genere di scambiatore di calore prevede il riscaldamento di un fluido mediante il trasferimento di calore contenuto in un SET (guarda figura sopra) oppure può accadere il caso inverso, abbiamo la cessione di calore ad un SET a temperatura inferiore.

Di solito si assoggetta questa trasformazione ad una isobara.

### Scambiatore a tubi coassiali:



L' ultimo caso che prendiamo in analisi come scambiatore di calore è lo scambiatore di calore a tubi coassiali, ove non avrà importanza il verso di percorrenza del fluido (sarà indifferente se saranno controcorrente o scorreranno nello stesso verso).

Nell' immagine sopra si vedono due scambiatori ove ciò che varia è la superficie di controllo.

Sviluppiamo il bilancio di massa, di prima e di seconda legge nei due casi.

$$\text{Immagine in alto : } \begin{cases} \dot{m}_{ic} = \dot{m}_{uc} \\ \dot{m}_{if} = \dot{m}_{uf} \\ \dot{m}_{ic}h_{ic} + \dot{m}_{if}h_{if} = \dot{m}_{uc}h_{uc} + \dot{m}_{uf}h_{uf} \\ \dot{m}_{ic}s_{ic} + \dot{m}_{if}s_{if} + \dot{S}_{gen,INT} = \dot{m}_{uc}s_{uc} + \dot{m}_{uf}s_{uf} \end{cases}$$

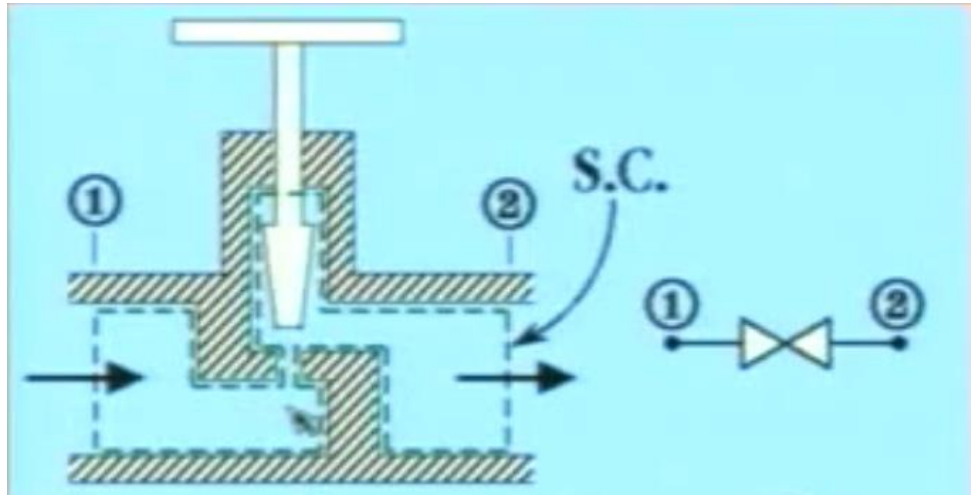
$$\text{Immagine in basso: } \begin{cases} \dot{m}_{ic} = \dot{m}_{uc} \\ \dot{m}_{ic}h_{ic} = \dot{m}_{uc}h_{uc} + \dot{Q} \\ \dot{m}_{ic}s_{ic} + \dot{S}_{gen,INT} = \dot{m}_{uc}s_{uc} + \int_i^u \frac{\delta q}{T} \end{cases}$$

## VALVOLA DI LAMINAZIONE:

La valvola di laminazione è l'ultimo componente che studiamo, è un componente utilizzato per ridurre la pressione in uscita da un condotto. Si potrebbe utilizzare anche una turbina ma in determinate condizioni ove è richiesta solo la riduzione di pressione e non la produzione di potenza meccanica il costo della turbina non sarebbe giustificato (per quanto utilizzando una turbina si riuscirebbe a ridurre la pressione con una produzione entropica minore).

Pertanto la valvola di laminazione è un organo (più comunemente un rubinetto) ove si desidera creare entropia. Maggiore sarà l'entropia creata maggiore sarà la riduzione di pressione.

Di solito la valvola di laminazione può funzionare con liquidi, o gas.

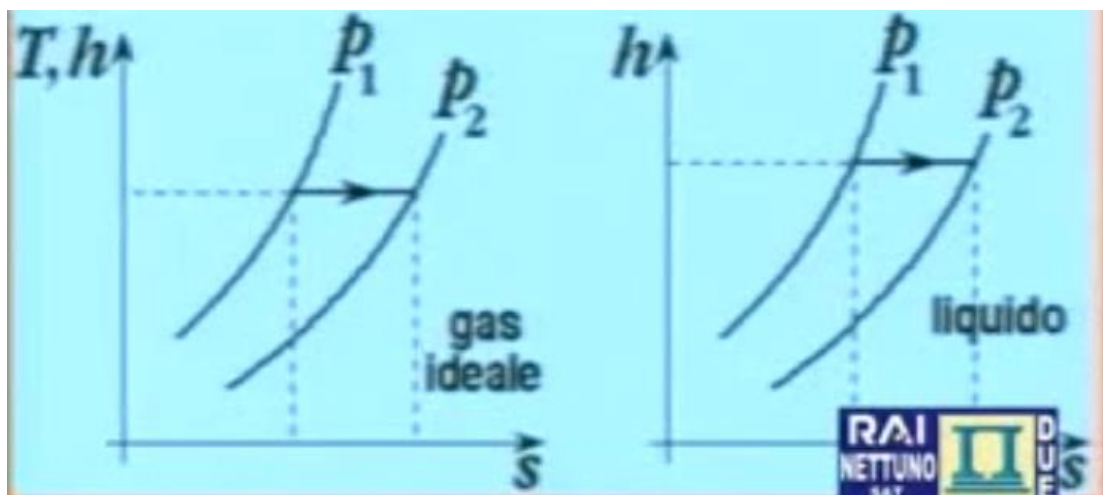


Nello studio della valvola di laminazione al fine di considerare il flusso monodimensionale e poter applicare le leggi calcolate in precedenza dobbiamo prendere la superficie di controllo un po' distante, sia in ingresso che in uscita, dalla zona di laminazione.

PER LA VALVOLA DI LAMINAZIONE LA TRASFORMAZIONE NON È QUASISTATICA. L'ENTALPIA TRA INGRESSO E USCITA NON VARIA (MA IN SEZIONI LONTANE DAL PROCESSO DI LAMINAZIONE), MA DURANTE IL PROCESSO LA TRASFORMAZIONE NON ESSENDO QUASISTATICA FA' VARIARE L'ENTALPIA.

PER QUESTI DUE MOTIVI CITATI QUI SOPRA, BISOGNA ASSOLUTAMENTE CONSIDERARE UNA SUPERFICIE DI CONTROLLO LONTANA DALLA ZONA DI LAMINAZIONE ALTRIMENTI NON POTREMMO CONSIDERARE IL FLUSSO MONODIMENSIONALE E NON POTREMMO CONSIDERARE IL PROCESSO ISOENTALPICO.

Sotto vi sono le rappresentazioni delle trasformazioni sui piani T-s ed h-s per i gas e sul piano h-s per i liquidi.



Va fatto notare che per quanto simili i due diagrammi, quello relativo ai gas rappresenta l'andamento delle isobare nella zona dei gas per i piani T-s ed h-s che a meno di un fattore di scala sono simili.

Per i liquidi le due isobare rappresentate nel piano h-s si addensano sulla curva limite inferiore. Pertanto quel grafico lo si ottiene ingrandendo la zona ove si addensano le isobare. Vedremo in seguito che negli impianti termici operatori (pome di calore e macchine frigorifere), lo stato iniziale e finale di queste trasformazioni verrà fatto corrispondere a livello grafico sul piano h-s.

A questo proposito a seconda della natura del fluido effettuiamo un bilancio di prima e di seconda legge:

**Liquido**

$$\begin{cases} \dot{m}h_1 = \dot{m}h_2 \\ \dot{m}s_1 + \dot{S}_{gen} = \dot{m}s_2 \end{cases}$$

**Gas**

$$\begin{cases} \dot{m}h_1 = \dot{m}h_2 \\ \dot{m}s_1 + \dot{S}_{gen} = \dot{m}s_2 \end{cases}$$

### OSSERVAZIONI SUL FATTO CHE $h_1 = h_2$

- Ora risulta facile verificare che nei gas siccome abbiamo che tra ingresso è uscita l'entalpia non varia e sapendo che per i gas vale la seguente relazione :  $\Delta h = C_p * \Delta T \rightarrow \Delta h = 0 \rightarrow \Delta T = 0$

### OVVERO NEI GAS $T_u = T_i$

- Per i liquidi invece abbiamo che essendo  $dh = 0$ , dalla seconda equazione di Gibbs ricaviamo che:

$$Tds = -v dp$$

Ora siccome il  $ds > 0$  sempre nelle valvole di laminazione, ne scaturisce che affinché l'uguaglianza sia verificata anche il termine a destra dell'uguale deve essere positivo. Pertanto  $dp < 0$

Ma essendo  $dp = P_2 - P_1 < 0 \rightarrow$  ALLORA  $P_2 < P_1$

Inoltre dalla definizione di entropia per un liquido abbiamo che  $\Delta s = C * \ln \frac{T_2}{T_1} > 0 \Rightarrow T_2 > T_1$



## IMPIANTI MOTORI: (Cicli Rankine)

Gli impianti motori sono impianti che secondo un ciclo diretto convertono energia termica in energia meccanica. La potenza meccanica netta è diretta dal sistema verso l'ambiente dove è l'utilizzatore. Il regime è ipotizzato stazionario e monodimensionale e ci si riferisce inizialmente al ciclo ENDOREVERSIBILE, ossia il ciclo internamente reversibile, ovvero tutte le trasformazioni interne al nostro ciclo sono tutte ideali ed a generazione entropica nulla.

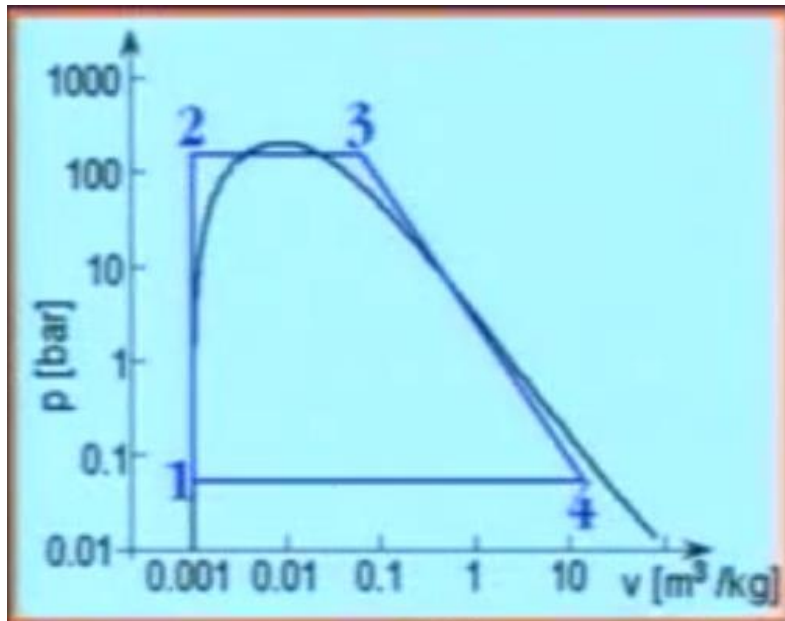
Gli impianti possono essere a gas o a vapore a seconda dello stato termodinamico della sostanza utilizzata nel ciclo.

Noi analizzeremo per i cicli diretti gli impianti motori a vapore, detti cicli Rankine, atti a convertire calore in energia meccanica.

Il fluido di lavoro è l'acqua in quanto è economico, facile da reperire, non inquina ed ha alta entalpia di ebollizione.

Il ciclo di Rankine è formato da due trasformazioni isobare e due trasformazioni isoentropiche (SIMILE AL CICLO DIRETTO DI CARNOT).

### Guardiamo il ciclo sul piano p-v



La trasformazione 1-2 è a volume costante ed è una trasformazione isoentropica di compressione che avviene in una pompa

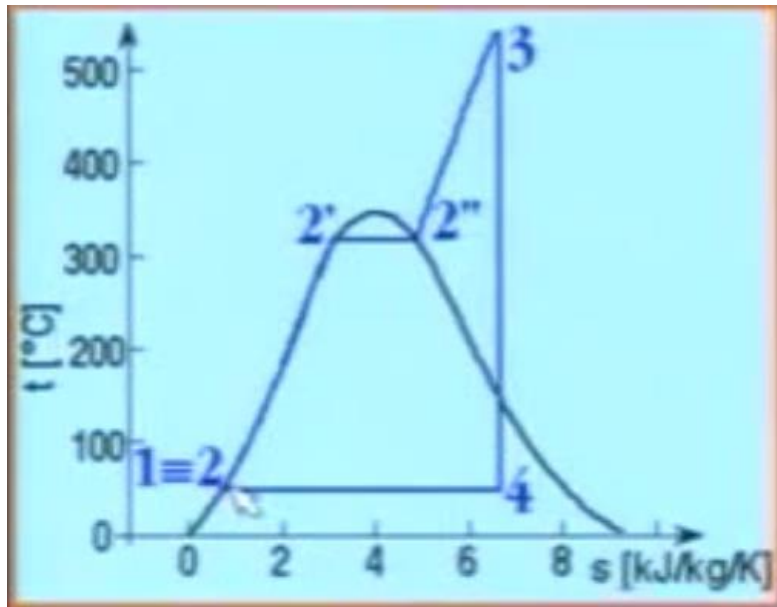
La trasformazione 2-3 è a pressione costante ed è una trasformazione isobarica di riscaldamento che porta il liquido a vapore surriscaldato. Tale trasformazione avviene in uno scambiatore a SET (o anche detto caldaia)

La trasformazione 3-4 è la trasformazione isoentropica che avviene in turbina ad entropia costante, si nota che la turbina espandendo fa aumentare il volume specifico del fluido.

Infine la trasformazione 1-4 riporta il ciclo al punto di origine, in modo isobarico mediante una condensazione in un altro sistema di scambiatore a SET.



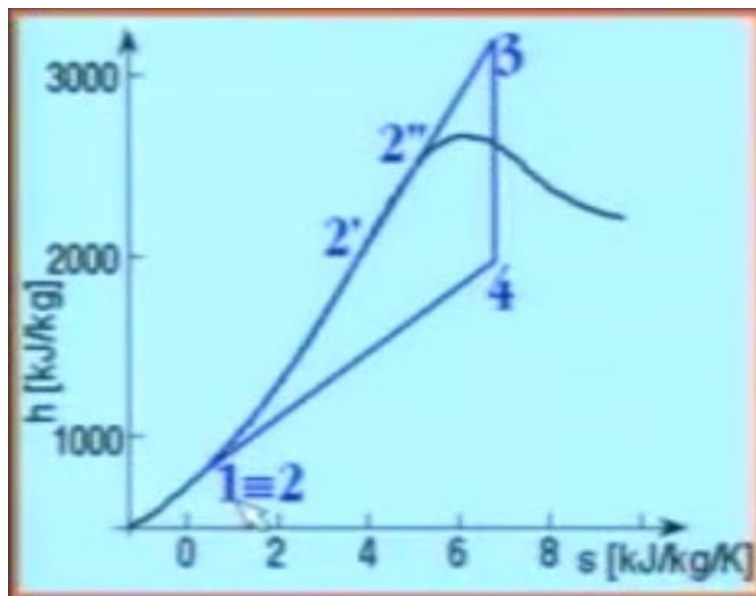
### Guardiamo ora la trasformazione sul piano T-s



Si nota che il fluido viene portato dal punto 2 (liquido compresso) fino al punto tre attraverso la curva isotitolo del liquido saturo, poi aumenta il suo titolo, diviene vapore saturo secco nel punto 2'' ed infine continua ad espandersi fino al punto 3 **ove raggiunge la massima temperatura del ciclo.**

Siccome il ciclo è endoreversibile, da questo piano possiamo ricavare a seconda delle aree sottese il lavoro fornito, il calore fornito ed il calore ceduto all'ambiente non convertito in lavoro. (Analogamente a quanto già fatto nel ciclo diretto di Carnot nel piano T-s)

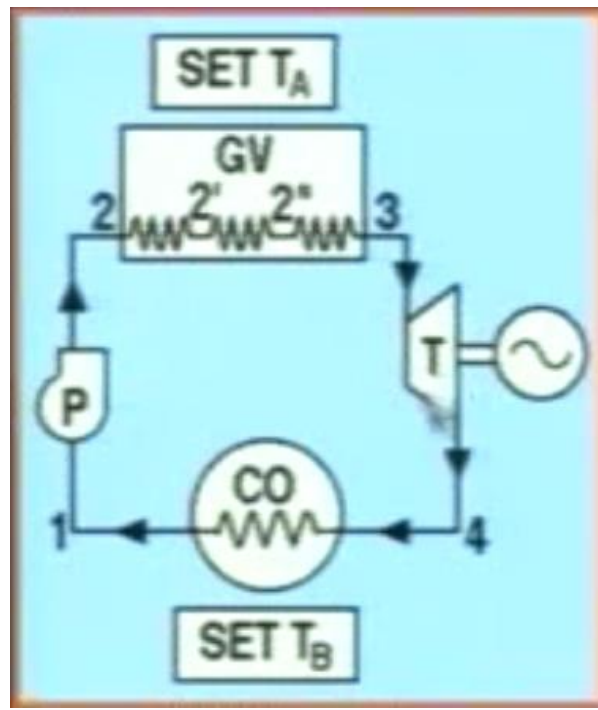
### Infine guardiamo la trasformazione nel piano h-s



Questo piano è di particolare interesse perché oltre a permetterci di rappresentare il ciclo ci permette di calcolare le proprietà dell'acqua nei vari punti. Anche in questo piano, come nel piano T-s i punti 1 e 2 coincidono in quanto le isobare si addensano sulla curva limite inferiore.

Si vede che siccome nel piano h-s le isobare hanno pendenza funzione della sola temperatura, queste sono lineari e pertanto l'isobara 1-4 è lineare.

Ora descriviamo il ciclo:

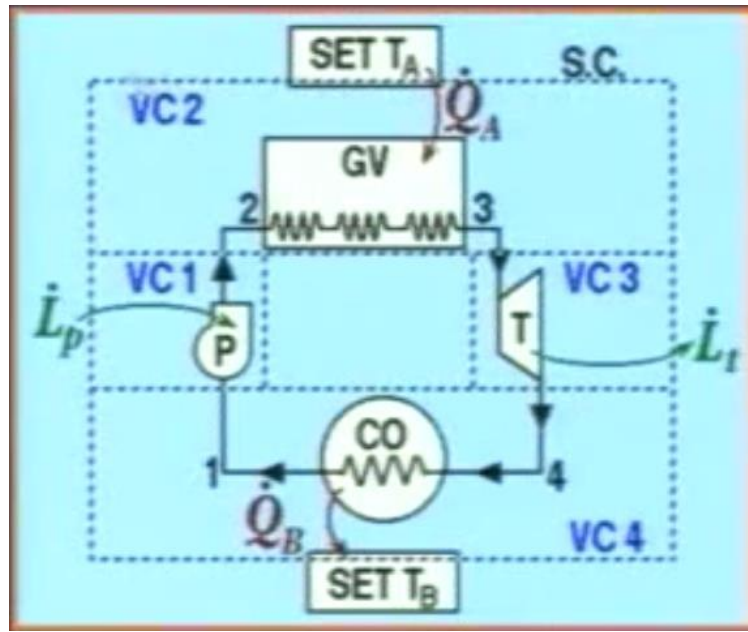


- 1) Ingresso come liquido, al punto uno e poi inizia la compressione attraverso la pompa.
- 2) All'uscita della pompa esce come liquido compresso, alla pressione del generatore di vapore, a temperatura che rimane quasi invariata data l'incompressibilità del fluido. La potenza meccanica fornita durante la trasformazione 1-2 è molto piccola rispetto alla potenza meccanica ottenuta dalla turbina. **SI NOTA COME L' IDEA DI COMPRIMERE UN FLUIDO ALLO STATO DI LIQUIDO SATURO O MEGLIO LIQUIDO COMPRESSO, A CAUSA DEL BASSO VOLUME SPECIFICO CI PORTA AD UNA SPESA MECCANICA DI GRAN LUNGA INFERIORE A QUELLA CHE AVREMMO SE VOLESSIMO COMPRIMERE UN VAPORE CON VOLUME SPECIFICO SUPERIORE.**
- 3) All'uscita della caldaia nel punto 3, si raggiunge la massima temperatura del fluido che sarà divenuto vapore surriscaldato ed è pronto ad entrare in turbina per espandere e quindi generare potenza meccanica
- 4) All'uscita della turbina, ne esce come vapore saturo ad una pressione di gran lunga inferiore a quella con cui era entrato. Avremo generato potenza meccanica utile. Possiamo definire la potenza meccanica netta come differenza tra la potenza meccanica fornita all'ambiente dalla turbina e quella spesa per il funzionamento della pompa.
- 5) Infine come ultimo stadio si ha la condensazione a pressione costante del fluido per farlo ritornare dallo stadio di vapore saturo a liquido saturo per poi essere ricompresso e far ricominciare il ciclo.

**Si nota dal grafico che rappresenta il ciclo nel piano T-s che le aree sottese alla zona 122'2''34 rappresentano la potenza meccanica netta. Analogamente si può calcolare il calore fornito ed il calore non convertito.**

Possiamo individuare 4 superfici di controllo una per ogni componente e scrivere le equazioni di bilancio per ogni singolo componente.

Si ricorda che in questo ciclo la generazione di entropia sarà solo esterna in quanto dovuta a differenze di temperature e non sarà interna in quanto il ciclo è considerato endoreversibile.



$$\text{V.C.} \begin{cases} \dot{Q}_A + \dot{L}_p = \dot{Q}_B + \dot{L}_t & ; \quad \dot{Q}_A - \dot{Q}_B = \dot{L}_t - \dot{L}_p \\ \frac{\dot{Q}_A}{T_A} + \dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}_B}{T_B} & ; \quad \dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}_B}{T_B} - \frac{\dot{Q}_A}{T_A} \end{cases}$$

Si nota che la potenza meccanica netta è pari alla potenza termica netta. Questa cosa è molto importante in quanto aumentando la potenza termica netta si aumenta la potenza meccanica netta.

Si nota che l' entropia generata è di carattere esterno in quanto il ciclo considerato è endoreversibile e quindi non vi è produzione entropica interna.

$$\text{V.C.1} \begin{cases} \dot{m}h_1 + \dot{L}_p = \dot{m}h_2 & ; \quad \frac{\dot{L}_p}{\dot{m}} = l_p = (h_2 - h_1) \\ \dot{m}s_1 + \dot{S}_{gen}^p = \dot{m}s_2 & ; \quad \frac{\dot{S}_{gen}^p}{\dot{m}} = s_{gen}^p = (s_2 - s_1) \end{cases}$$

Per le macchine grazie all' ipotesi di adiabaticità non vi è scambio di calore nella prima legge.

Per la seconda legge abbiamo che l' entropia generata è pari al ds, che in caso di cicli endoreversibili è pari a zero.

$$\text{V.C.2} \begin{cases} \dot{m}h_2 + \dot{Q}_A = \dot{m}h_3 & ; \quad \frac{\dot{Q}_A}{\dot{m}} = q_A = (h_3 - h_2) \\ \dot{m}s_2 + \frac{\dot{Q}_A}{T_A} + \dot{S}_{gen}^{ca} = \dot{m}s_3 & ; \quad \frac{\dot{S}_{gen}^{ca}}{\dot{m}} = s_{gen}^{ca} = (s_3 - s_2) - \frac{q_A}{T_A} \end{cases}$$

Sopra vi è l' analisi per la caldaia. Vediamo che il salto entalpico eguaglia la potenza termica fornita. Per la seconda legge abbiamo produzione entropica esterna dovuta alla caldaia che si aggiunge al ds nel tratto 2-3.

Analogamente si può procedere per S.C3 ED S.C4.

Indicando con  $i$  il generico componente del sistema possiamo definire un parametro adimensionale che ci permette di determinare in termini percentuali la produzione entropica di ogni singolo componente, così da individuare i componenti più dispersivi e permetterci di intervenire su di loro in modo rapido.

$$\alpha_i = \frac{s_{gen}^i}{s_{gen}} \text{ con } i = 1, \dots, 4$$

**Procediamo col definire il rendimento termodinamico del ciclo:**

$$\eta = \frac{OTTENUTO}{SPESA}$$

In questo caso avremo:

$$\eta = \frac{L_{netto}}{Q_A} \rightarrow \text{Dalla prima legge abbiamo che per il ciclo in questione } L_{netto} = L_{Turb} - L_{pomp}$$

$$\eta = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_2)} \rightarrow \eta = 1 - \frac{(h_1 - h_4)}{(h_3 - h_2)}$$

Che si può riscrivere trascurando il lavoro della pompa rispetto a quello della turbina come:

$$\eta = \frac{(h_3 - h_4)}{(h_3 - h_2)} \text{ essendo il } \Delta H \text{ della POMPA trascurabile in quanto molto piccolo}$$

**Il rendimento è un parametro importante perché al crescere del rendimento diminuisce il costo di esercizio**

Introduciamo ora un nuovo parametro, detto portata massica unitaria indicata con P.M.U, che è la portata di fluido necessaria per ottenere una potenza meccanica netta unitaria.

$$P.M.U = \frac{1}{L_{Turb} - L_{pomp}} = \frac{1}{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}$$

ed anche in questo caso trascurando la potenza della pompa che è molto piccola otteniamo:

$$P.M.U = \frac{1}{L_{Turb} - L_{pomp}} = \frac{1}{(h_3 - h_4)}$$

Per la portata massica unitaria l'obiettivo sarà quello di averla quanto più piccola possibile in quanto ad una P.M.U elevata corrisponde un impianto più grande e quindi più oneroso da costruirsi (tubature più grandi etc...)

**T<sub>mi</sub> e T<sub>ms</sub>:**

T<sub>mi</sub> indica una temperatura media inferiore (quella tra 4 e 1)

T<sub>ms</sub> indica una temperatura media superiore (quella tra 2-3)

A differenza del ciclo di Carnot ove avevamo T<sub>a</sub> e T<sub>b</sub> che erano isoterme, nel ciclo di Rankine non abbiamo delle cessioni di calore mediante isoterme e quindi siccome durante le cessioni di calore varierà la temperatura del condotto tra uno stato iniziale ed uno finale, si procederà a calcolare delle temperature medie tra ingresso e uscita.

### **MODIFICHE AL CICLO DI RANKINE:**

Come ricordiamo dalla macchina di Carnot a ciclo diretto, in caso di ciclo reversibile avevamo scritto che :

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A} = \eta_{rev}$$

Nel ciclo di Rankine per quanto detto sopra non essendo isoterme le trasformazioni mediante le quali si ha trasferimento di calore avremo che in caso di ciclo endoreversibile:

$$\eta = 1 - \frac{T_{mi}}{T_{ms}} = \eta_{rev}$$

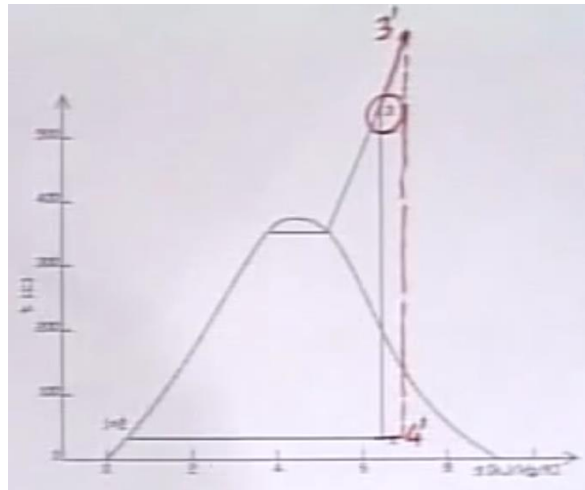
Dimostriamo che in questi cicli il rendimento corrisponde a quanto scritto sopra:

A questo punto possiamo commentare le eventuali modifiche applicabili a tale ciclo per incrementarne il rendimento

Possiamo aumentare l'area del ciclo ovvero il lavoro netto aumentando  $T_{ms}$  e diminuendo  $T_{mi}$ . Purtroppo la diminuzione di  $T_{mi}$  è vincolata perché in genere il condensatore è rappresentato nella realtà da un lago o da un fiume pertanto la loro temperatura non è modificabile.

Allora non ci rimane che operare sulla  $T_{ms}$  per aumentare l'area del ciclo, OVVERO BISOGNA AUMENTARE LA  $T_3$  IN ACCORDO CON I LIMITI TECNOLOGICI DEI MATERIALI.

In figura sotto in rosso a destra si vede l'aumento di area del ciclo ottenuto aumentando  $T_3$  indicata con  $3'$  e di conseguenza anche  $T_{ms}$

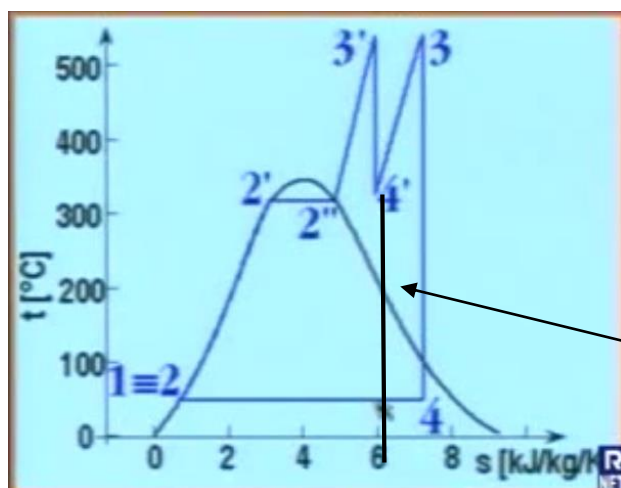


E' possibile aumentare la  $T_{ms}$  con due operazioni:

- RIGENERAZIONE che consiste nel fare degli spillamenti dal generatore di vapore per preriscaldare il fluido prima che esso entri nello scambiatore di calore aumentandone così la temperatura media superiore. Aumenta il lavoro specifico e quindi il rendimento anche se a spesa di un costo economico (Euro) per il circuito di rigenerazione

- RISURRISCALDAMENTO : Prevede un frazionamento dell'espansione inviando tra un'espansione e l'altra nuovamente il vapore in caldaia. In altri termini il vapore uscente dalla prima turbina detta di alta pressione viene reinviato alla caldaia surriscaldato e poi inviato ad una seconda turbina detta di bassa pressione per essere fatto riespandere. Questo comporta un aumento della  $T_{ms}$  ed un ricavo di lavoro grazie all'utilizzo di una seconda turbina. Anche in questo caso vanno valutati i benefici ed i costi di realizzo.

Sotto in figura si vede il grafico sul piano T-s in caso di surriscaldamento ove il surriscaldamento in caldaia è operato nella trasformazione  $4'-3$  ed espande nella turbina di bassa pressione nella trasformazione  $3-4$ .

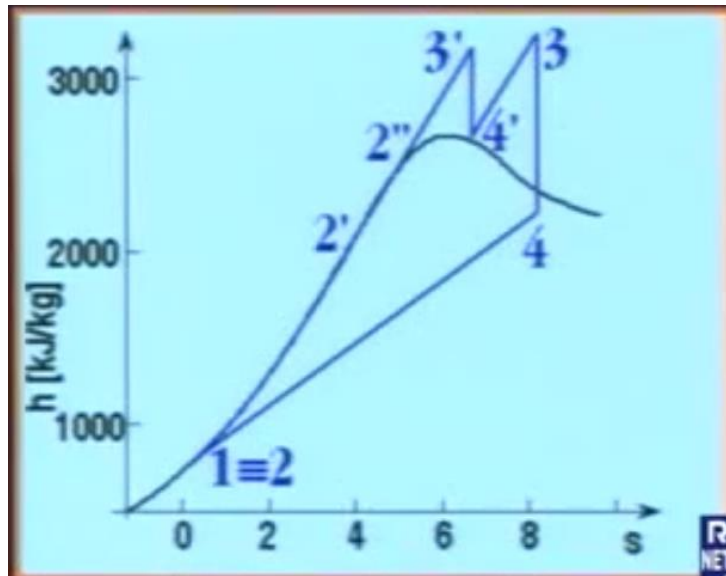


Area in più  
ottenuta con il  
surriscaldamento

Si vede dal grafico che nonostante il risurriscaldamento il fluido esce dalla seconda turbina in condizioni di vapore saturo il che è un pregio perché risulta più facile da far condensare.

Un'interessante osservazione è quella che il risurriscaldamento può essere operato più volte a seconda di quante turbine inseriamo.

Analizziamo il ciclo con risurriscaldamento sul piano h-s



In caso di risurriscaldamento con due turbine dobbiamo ridefinire il rendimento e la P.M.U

$$\eta = \frac{\text{OTTENUTO}}{\text{SPESA}}$$

In questo caso avremo:

$$\eta = \frac{L_{\text{netto}}}{Q_A} \rightarrow \text{Dalla prima legge abbiamo che per il ciclo in questione } L_{\text{netto}} = L_{\text{Turb,ALTA}} + L_{\text{Turb,BASSA}} - L_{\text{pomp}}$$

$$\eta = \frac{(h_{3'} - h_{4'}) + (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_{3'} - h_2) + (h_3 - h_4)} \rightarrow$$

Che si può riscrivere trascurando il lavoro della pompa rispetto a quello della turbina come:

$$\eta = \frac{(h_{3'} - h_{4'}) + (h_3 - h_4)}{(h_{3'} - h_2) + (h_3 - h_4)} \text{ essendo il } \Delta H \text{ della POMPA trascurabile in quanto molto piccolo}$$

**Il rendimento è un parametro importante perché al crescere del rendimento diminuisce il costo di esercizio**

Introduciamo ora un nuovo parametro, detto portata massica unitaria indicata con P.M.U, che è la portata di fluido necessaria per ottenere una potenza meccanica netta unitaria.

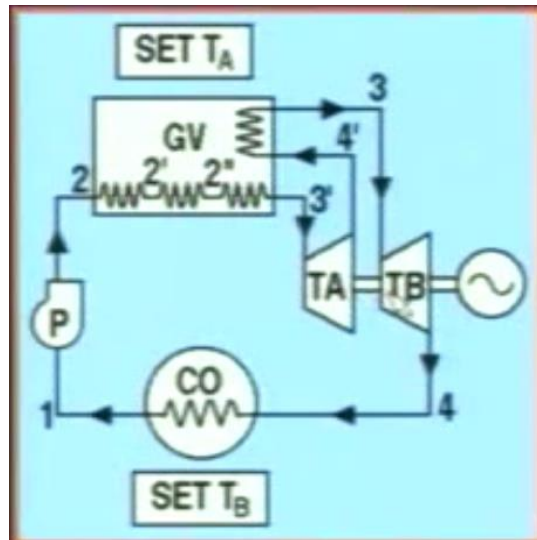
$$\text{P. M. U} = \frac{1}{L_{\text{Turb,ALTA}} + L_{\text{Turb,BASSA}} - L_{\text{pomp}}} = \frac{1}{(h_{3'} - h_{4'}) + (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}$$

ed anche in questo caso trascurando la potenza della pompa che è molto piccola otteniamo:

$$\text{P. M. U} = \frac{1}{L_{\text{Turb}} - L_{\text{pomp}}} = \frac{1}{(h_{3'} - h_{4'}) + (h_3 - h_4)}$$

Osservazioni generali sul ciclo Rankine: Per quanto riteniamo il ciclo endoreversibile, nella realtà ciò non accade, inoltre per il ciclo reale i processi durante i quali si ha acquisizione/cessione di calore non avvengono a pressione costante pertanto la rappresentazione di un ciclo reale nel piano p-v vorrebbe che quelle che disegniamo come isobare in realtà non lo siano.

Infine alleghiamo uno schema di un impianto con risurriscaldamento a due turbine:





## IMPIANTI TERMICI OPERATORI : (Pompe di calore e macchine frigorifere)

Gli impianti termici operatori sono impianti che hanno la finalità di trasportare calore contro gradiente con spesa di lavoro.

In questi cicli si utilizzano dei fluidi basso-bollienti ovvero che hanno bassa temperatura di ebollizione. I fluidi in questione a contatto con l'ambiente (o con la cella frigorifera) acquistano calore dall'ambiente circostante ed iniziano ad evaporare.

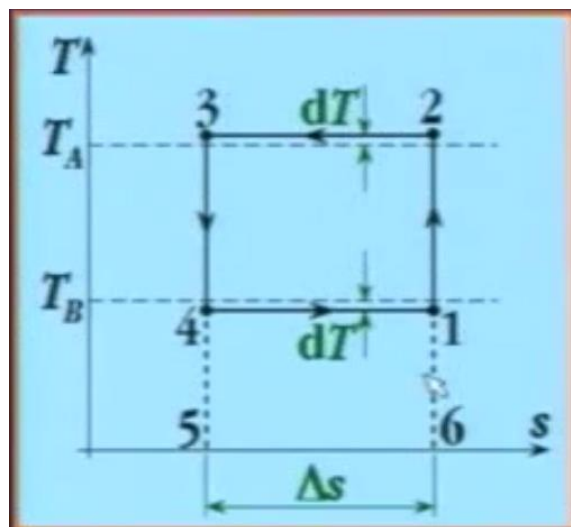
OSS: L'analisi è svolta nell'ipotesi di regime stazionario monodimensionale e al fine di semplificare gli ambienti esterni all'impianto con i quali si realizzano i trasferimenti di energia termica sono schematizzati come SET ad assegnati livelli termici.

Il processo più semplice che si può ottenere è quello illustrato in figura sotto:



Si nota che del liquido refrigerante contenuto in un sistema isolato inizia a bollire asportando calore dall'ambiente refrigerato. Tale processo illustrato in figura porta il liquido saturo di R22 a vapore ma nel contempo questo vapore viene disperso.

Pertanto nasce l'esigenza di creare dei cicli chiusi che non disperdano il fluido di lavoro: Partiamo dal ciclo inverso ideale di Carnot:



Si osserva che il ciclo è percorso in senso antiorario, composto da due isoterme e da due adiabatichhe reversibili isoentropiche.

Nel ciclo di Carnot la differenza di temperatura tra il fluido di lavoro e l'ambiente refrigerato tende a zero ed analogamente tra ambiente cui viene ceduto lavoro e fluido refrigerante (isoterma in alto).

Le due isoterme sono collegate da due adiabatichie isoentropiche che rappresentano i cicli che avvengono in due macchine dinamiche ideali.

L' area 2356 rappresenta la potenza termica unitaria ceduta ad alta temperatura all' ambiente esterno.

L' area 4165 rappresenta la potenza termica unitaria sottratta a bassa temperatura all' ambiente da refrigerare

La differenza tra le due aree rappresenta la potenza netta meccanica richiesta per far funzionare l' impianto

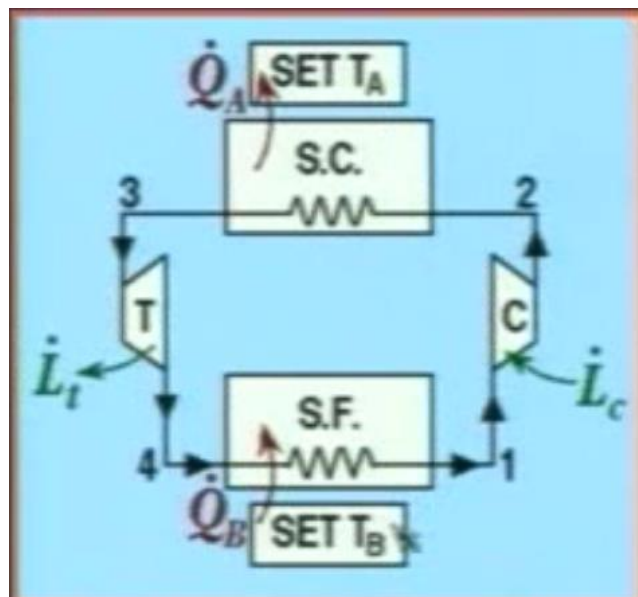
**OSS: E' molto complesso avere un ciclo reale simile al ciclo ideale di Carnot,in particolar modo perché non si riesce in realtà a trasferire calore in modo isotermico.Quindi sono di difficile riproduzione nella realtà i due processi isotermi del ciclo.A questo inconveniente si può far fronte ubicando il ciclo sotto la curva a campana.Cosi facendo infatti le isoterme corrisponderanno a delle isobare e quindi si possono far avvenire questi processi in degli scambiatori di calore a pressione costante (ubicando tali trasformazioni sotto la curva a campana) e di conseguenza ottenendo delle isoterme.**

**OSS IMPORTANTE: In questo ciclo, predisponendolo sotto la curva a campana otteniamo una cosa molto importante.Infatti ipotizzando il ciclo endoreversibile al pari di quanto fatto per il ciclo rankine,abbiamo che l' entropia interna generata è nulla.Ma essendo i trasferimenti di calore isotermi e quindi con dT tendente a zero abbiamo che anche le trasformazioni 2-3 e 4-1 sono a generazione entropica nulla.Pertanto il nostro ciclo ha generazione entropica ESTERNA ED INTERNA nulla (nota bene sono nelle condizioni in cui le trasformazioni 2-3 e 4-1 avvengono a pressione costante e temperatura costante nella zona sotto la curva a campana e con dT tendente a zero tra ambienti e fluidi refrigerante).**

Così dicendo assumendo il ciclo completamente reversibile il suo COP diventa pari a quello della macchina di Carnot:

$$COP_{f,rev} = \frac{T_B}{T_A - T_B} \rightarrow COP_{f,rev} = \frac{1}{\frac{T_A}{T_B} - 1}$$

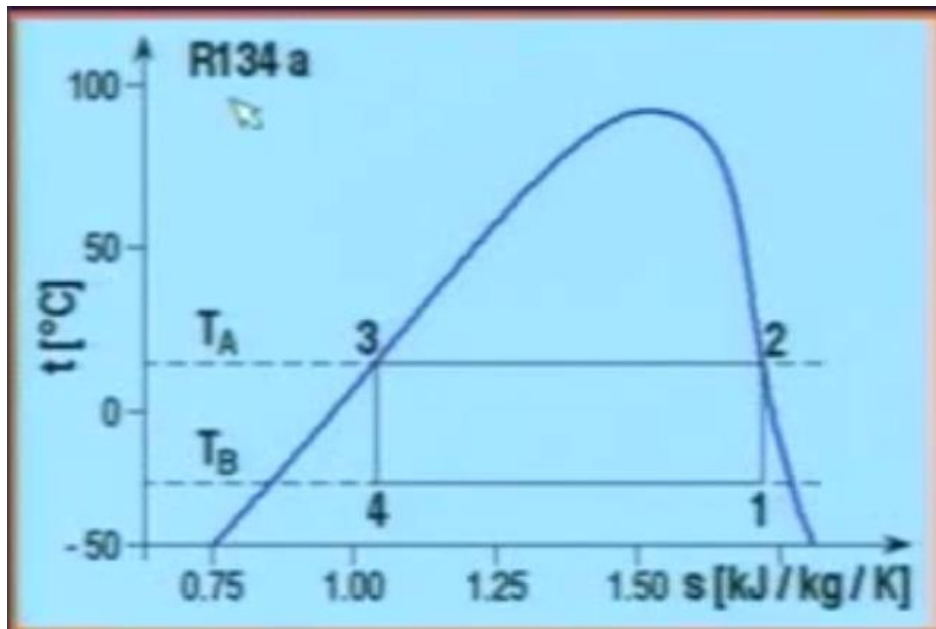
**Vediamo ora come è composto questo ciclo:**



Si nota che il ciclo è composto da un evaporatore,un condensatore,un compressore ed una turbina.Il ciclo viene percorso in maniera antioraria.

La potenza del compressore è sempre maggiore della potenza della turbina in modo da far sì che la potenza netta sia sempre positiva.

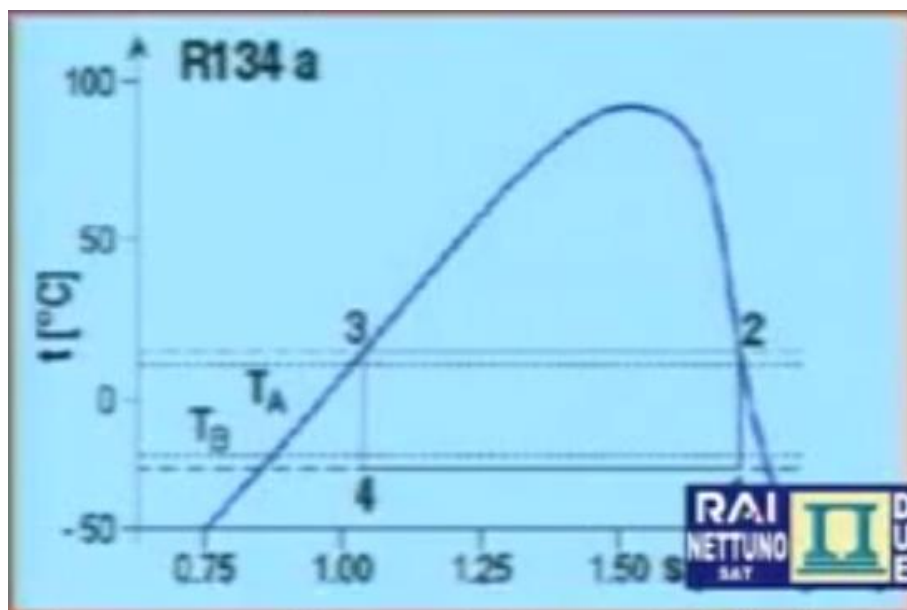
### Riportiamo il ciclo sul piano T-s



Si vede in figura il ciclo di una cella frigorifera che asporta calore da una cella a  $-25^{\circ}\text{C}$  e li cede all'ambiente a circa  $10^{\circ}\text{C}$ .

Il fluido bolle assorbendo calore lungo la trasformazione nell' evaporatore (in figura la 4-1) e condensa cedendo calore all' ambiente durante la trasformazione 3-2.

Va osservato che un impianto del genere, se bene realizzerebbe il massimo COP non è realizzabile in realtà in quanto è necessaria un' opportuna differenza di temperatura tra i fluidi e gli ambienti di lavoro altrimenti non si avrebbe il flusso di calore richiesto.

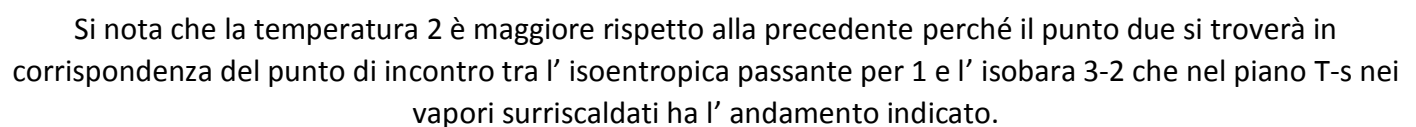


**OSSERVAZIONE IMPORTANTISSIMA:** La differenza di temperatura è inversamente proporzionale alla superficie di scambio richiesta. Ricordando che  $Q = U A \Delta T$ . Se il  $\Delta T$  è nullo anche  $Q$  sarà nullo. A parità di Area all' aumentare di  $\Delta T$ , aumenta  $Q$  scambiato. Quindi la differenza di temperatura tra il fluido e gli ambienti sarà scelta in modo opportuno in modo da garantire un buon flusso di calore con l' area di

Si nota però che questo DT necessario aumenta l' area del ciclo (che nei cicli inversi rappresenta il lavoro da fornire) e di conseguenza si allunga la trasformazione 1-2 che implica il compressore a pompare ad una pressione maggiore della precedente. Pertanto è vero che aumentare il DT a parità di area aumenta il flusso di calore, ma aumentarlo troppo può portare il compressore a dover comprimere a livelli enormi e quindi a richiedere una potenza meccanica enorme.

Inoltre in queste condizioni il compressore dovrebbe operare su un vapore umido il che non è conveniente da un punto di vista tecnologico, perché i vapori umidi presentano discontinuità nella loro densità che andrebbe ad usurare il compressore provocando danni irreversibili.

**Si avrà un ciclo del genere:**



Tra l'altro la compressione del vapore saturo secco è causa di irreversibilità termica per il condensatore.

Pertanto questo processo di salvaguardia del compressore porta il condensatore a GENERARE ENTROPIA.

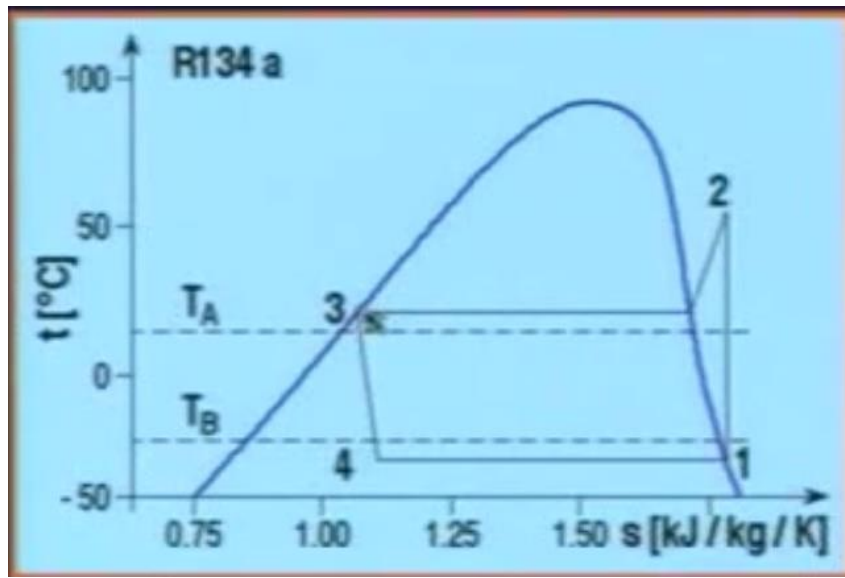
### **In ultima cosa bisogna ragionare sulla turbina:**

Il fluido arrivato nel punto 3 deve espandersi ed abbiamo presupposto che ciò accada in una turbina che è un componente isoentropico.

Purtroppo questa espansione dovrebbe avvenire sotto la curva a campana e questo processo logorerebbe anche le parti meccaniche della turbina.

Inoltre il lavoro fornito durante l'espansione dalla turbina è poco conto rispetto a quello fornito al compressore. Pertanto la spesa economica della turbina per far avvenire l'espansione non è giustificata a causa del poco lavoro prodotto. Questo unito al fatto che la turbina si usurerebbe in breve tempo ci porta a sostituirla con un altro componente capace di far espandere il fluido (ovvero di abbassare la pressione), ma a spesa di entropia. TALE COMPONENTE E' LA VALVOLA DI LAMINAZIONE.

**Il ciclo diventa il seguente:**

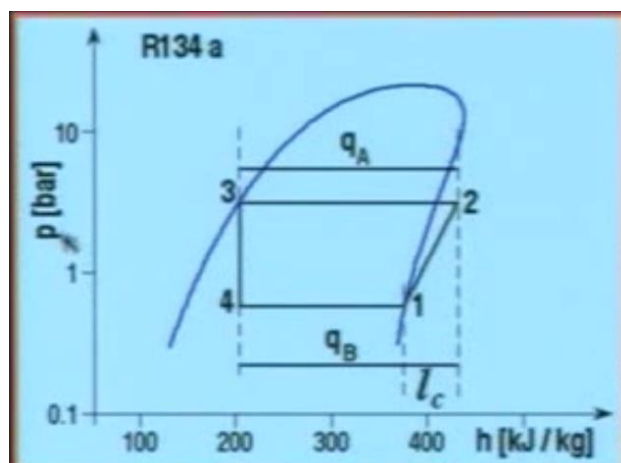


**Pertanto riassumendo si parte da un ciclo ideale di carnot e si fanno delle modifiche:**

- 1) Si determina un  $DT$  appropriato per bilanciare superfici di scambio ed entropia generata
- 2) Si porta il compressore a lavorare nella zona dei vapori saturi/surriscaldato
- 3) Si sostituisce la turbina isoentropica con una valvola di laminazione che produce entropia

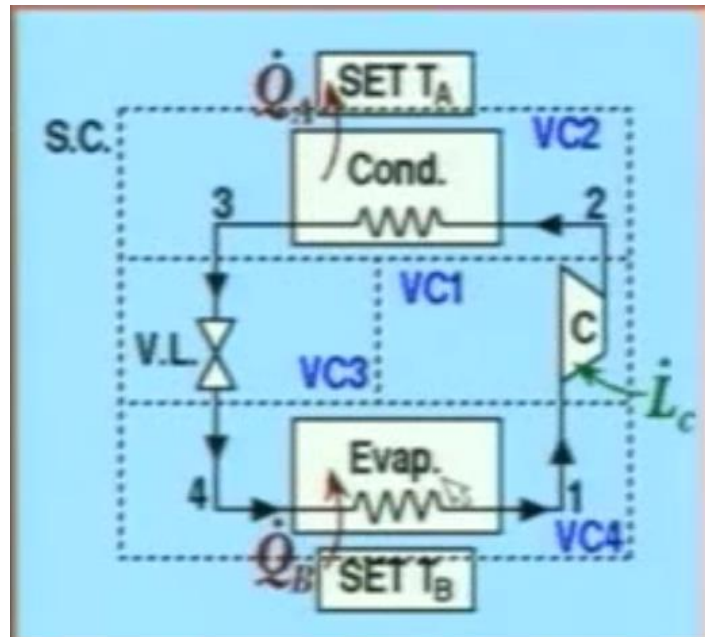
Questo ciclo così ottenuto non è più né esternamente reversibile né internamente reversibile. Le uniche trasformazioni reversibili sono la 4-1 e la 1-2.

**A questo punto rappresentiamo questo ciclo sul piano termodinamico utilizzato per fare i calcoli della sostanza fluida utilizzata nel ciclo. Il piano in questione è il piano p-h**



Questo ciclo come si vede è formato da due trasformazioni isobariche ed una isoentropica. Si nota che siccome il lavoro specifico del compressore e le potenze specifiche sono funzioni dei soli salti entalpici, dal grafico si notano questi salti entalpici (come delle linee) che corrispondono proprio ai lavori e potenze specifiche del ciclo.

In figura sotto vi è lo schema funzionale con i rispettivi V.C per un impianto termico operatore:



Tralasciamo a questo punto la trattazione di prima e seconda legge relative alle varie S.C

Anche per questo ciclo possiamo individuare l' entropia generata in termini percentuali per ogni singolo componente nel seguente modo:

$$\alpha_i = \frac{s_{gen}^i}{s_{gen}} \text{ con } i = 1, \dots, 4$$

Anche in questo caso possiamo parlare di COP e di P.M.U.

Elenchiamo sotto il COP e la P.M.U per una macchina frigorifera:

$$COP_f = \frac{Q_B}{L_{compressore}}$$

$$COP_{pc} = \frac{Q_A}{L_{compressore}}$$

Ove esprimendo  $L = Q_A - Q_B$  si ricava:

$$COP_f = \frac{Q_B}{Q_A - Q_B}$$

$$COP_{pc} = \frac{Q_A}{Q_A - Q_B}$$

$$COP_f = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$$

$$COP_{pc} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1}$$

La portata massica per una macchina frigorifera è la seguente:

$$P. M. U = \frac{1}{Q_B} = \frac{1}{h_1 - h_4}$$

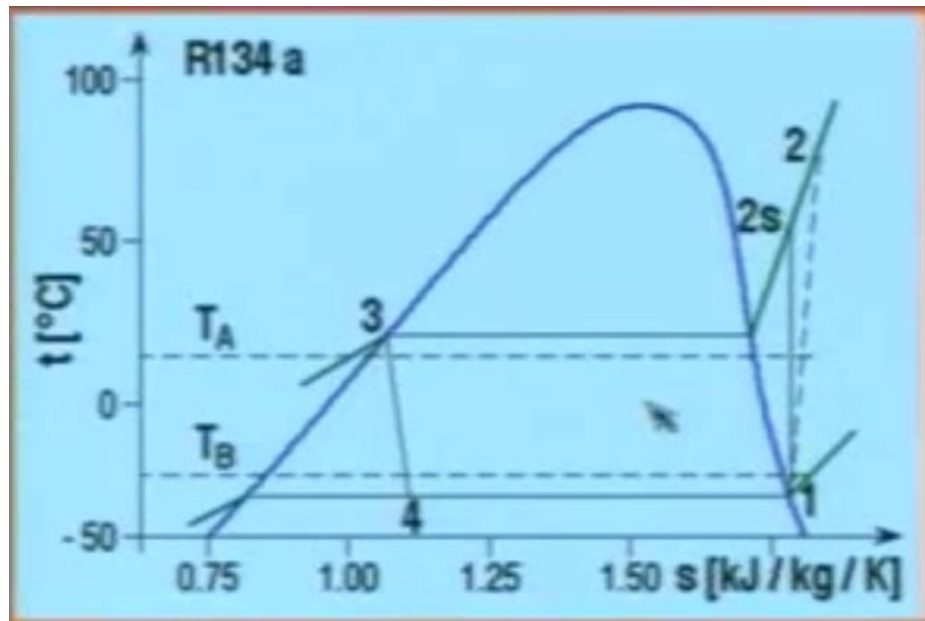
Per la portata massica unitaria l' obiettivo sarà quello di averla quanto più piccola possibile in quanto ad una P.M.U elevata corrisponde un impianto più grande e quindi più oneroso da costruirsi (tubature più grandi etc...)



**OSSERVAZIONE IMPORTANTE:** La trattazione vista fin ora è ottenuta considerando il compressore ideale. Nella realtà il compressore non è ideale e pertanto anziché considerare il suo processo come ideale lo si potrebbe immaginare come reale e quindi assoggettare la trasformazione adiabatica di compressione 1-2 come reale e quindi non più isoentropica. In tal senso si avrebbe che la temperatura 2 aumenterebbe e il punto 2 nel piano T-s sarebbe spostato più a destra del punto 1.

Nel piano p-h, questa produzione entropica farebbe aumentare il lavoro da fornire al compressore e pertanto anche il salto entalpico 1-2. Pertanto in questo piano il punto 2, si troverà sulla medesima isobara ma spostato questa volta più a destra a sottolineare che è aumentato il salto entalpico da 1-2s e 1-2reale.

**Sotto vi è raffigurato il ciclo reale quindi con compressore non isoentropico.**

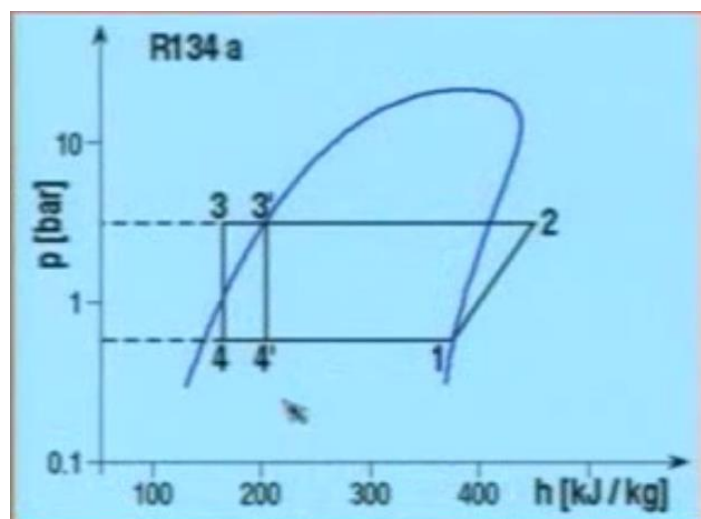


Un'importante osservazione è che al diminuire del rendimento isoentropico del compressore, (in altre parole il punto 2 si sposta sempre più verso destra ed aumenta l'area del ciclo), tanto maggiore sarà il lavoro da fornire. Di conseguenza il COP risulterà più piccolo.

#### **MODIFICHE AGLI IMPIANTI TERMICI OPERATORI:**

La modifica prevista per questo ciclo al fine di aumentarne il COP e diminuirne la P.M.U. è quella di effettuare un sottoraffreddamento del liquido uscente dal condensatore e di conseguenza un riscaldamento del vapore surriscaldato entrante nel compressore.

Il grafico sotto mostra un ciclo ove è stato operato un sottoraffreddamento:



Si nota che effettuando questo sottoraffreddamento del fluido uscente dal condensatore il fluido uscirà non più come liquido saturo bensì come liquido sottoraffreddato.

Per la valvola di laminazione non vi è alcuna variazione in quanto continuerà a compiere una trasformazione isoentalpica da 3 a 4 anziché da 3' a 4.

L'effetto benefico si ha perché siccome nella P.M.U al denominatore abbiamo ciò che vogliamo ottenere, in questo caso (essendo una macchina frigorifera) vogliamo asportare quanto più  $Q_B$  possibile, siccome questo  $Q_B$  è pari proprio alla differenza di entalpia che si ha nell' evaporatore (processo 1-4), se noi sottoraffrediamo da 3' a 3 e poi isoentalpicamente andiamo in 4, si nota subito che il salto entalpico nell' evaporatore sarà maggiore, ovvero l' evaporatore assorbirà più  $Q_B$ , facendo sì che diminuisca la P.M.U.

### **QUESTO E' UN EFFETTO BENEFICO PER LA P.M.U CHE SI OTTIENE SOTTORAFFREDDANDO**

Infine si può operare contemporaneamente al sottoraffreddamento il surriscaldamento del fluido mediante l' utilizzo di uno scambiatore di calore ove facciamo passare i condotti, da una parte quelli uscenti dal condensatore e dall' altra quelli entranti nel compressore. Così facendo il liquido entrante nel compressore assorbe calore nello scambiatore sottraendolo a quello uscente dal condensatore. Così facendo si ottengono i benefici citati sopra legati al sottoraffreddamento e si ricava un altro beneficio legato al surriscaldamento. Infatti surriscaldando il fluido entrante nel compressore si porta il punto 1 da vapore saturo secco a vapore surriscaldato, garantendoci così che il compressore operi in una zona monofasica.

Tale operazione non ci permette di sancire a priori se il surriscaldamento apporta dei benefici al COP.

Infatti surriscaldando il liquido aumenta anche la temperatura del gas entrante nel compressore.

Pertanto se riscriviamo il COP abbiamo che questo è pari a:

$$COP_f = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$$

Ove il tratto  $h_1 - h_4$  è sicuramente aumentato

Mentre invece il tratto  $h_2 - h_1$  non rimane invariato. Infatti tale processo apporta delle modifiche anche al rendimento del compressore che sarà costretto ad operare con un gas (che essendo stato surriscaldato) ha una temperatura maggiore e quindi se noi scriviamo il lavoro del compressore in funzione della temperatura notiamo che questo è:  $L = C_p \cdot DT$ .

Quindi surriscaldando il gas in entrata nel compressore aumenta anche il DT con cui opera la compressione il compressore. E quindi aumenta il lavoro.

IL COP in definitiva aumenterà se l' incremento di salto entalpico ottenuto nell' evaporatore, sarà maggiore dell' incremento di lavoro da fornire al compressore. Qualora non sia così possiamo ritrovarci in una condizione sfavorevole.

Il grafico relativo a tale trasformazione è riportato sotto: